

軟化ばね特性を有する構造物の最終安定形状計算法

佐賀大学 学生会員 ○ 今村 敬 佐賀大学 正会員 荒牧軍治
佐賀大学 正会員 古賀浩二 佐賀大学 正会員 古賀勝喜

1. はじめに

阪神淡路大震災においては、橋梁、ビル等の構造物ばかりではなく、岸壁、盛土、堤体等の地盤構造物系にも大きな被害が発生した。この時の地盤構造物系に関する被害の状況を見れば、上部構造では崩壊といえる段階まで達したものが数多く見られた。上部構造(橋梁、建築構造物等)については終局強度ばかりでなく、破壊後の変計量も塑性率の考え方をを用いて設計に取り入れられているが、地盤構造物では破壊後の変形まで考慮した設計は行われていない。しかしながら先の大震災の被害をみれば、土構造物についても破壊後の終局変形に関する研究が重要であると考えられる。

本研究は、土構造物に限らず、様々な材料特性を持つ構造物の、初期の安定形状から、破壊が発生することにより現れる新たな安定形状(終局変形)を求めるための計算手法について提案をおこなう事が目的である。

今回はその始めとして簡単なモデルを用いて破壊を生じた後の安定形状計算について考える。

2. 軟化ばね特性

興味ある材料特性の一つとして軟化ばね特性が挙げられる。このような材料特性を有する部材に、破壊を生ずる様な力(図中の F_1)がかかる場合、静的釣り合いが保てないため、運動を生ずる。この時、破壊後に減少するひずみエネルギーは慣性力へ変換されるものと考えられる。そのため、破壊後の変形を求めるには慣性力を考慮した運動方程式に依る必要がある。

軟化ばね特性を簡単にモデル化すると、図の様に 3 つのばね定数($k_1 \sim k_3$)と 2 つ変形量($s_1 \sim s_2$)により表現することが出来る。

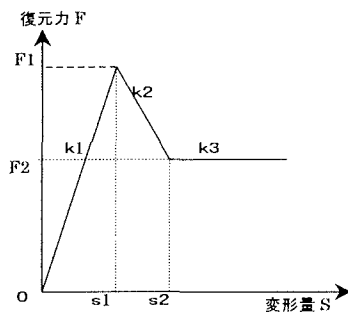


図 1: 軟化ばね特性のモデル

3. 復元力が非線形な場合の運動方程式

復元力が非線形な場合、運動方程式は次のように考えられる。

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [K]u - \{Q\} = \{F\}$$

この時 $\{Q\}$ は調整外力ベクトルで $\{u\}$ の関数である。このような場合の時間積分法は酒井ら¹⁾によって、収束計算を行わなくとも高精度で安定性の良い方法が提案されている。

4. 簡単なモデルによる考察

破壊後の安定形状について考えるため、まず始めに右のようなモデルを考える。半径 R の圆弧上に質量 m の質点を置く。時刻 0 で質点は反時計回りに α 回転した位置にある。この時、質点には 2. で示したような軟化型の復元力特性を有するばねを付加する。このばねは質点の圆弧上の移動距離によって復元力を生ずるように設定する。

ここで反時計回り方向を正として運動方程式を考えると、

$$mR \frac{d^2\theta}{dt^2} + cR \frac{d\theta}{dt} + mg \sin \theta - kR(\alpha - \theta) = 0$$

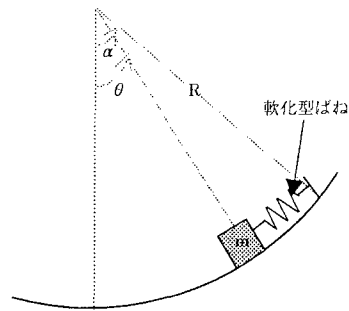


図 2: 数値実験モデル

となる。この式の左辺第 4 項はばね剛性を、同じく第 3 項は変位に依存する幾何剛性をそれぞれ表わしている。

3. の酒井らの提案法により調整外力を導入し、 $\alpha - \theta = \theta'$ と置き換えて、先ほどの運動方程式を書き直せば次のようになる。

$$mR \frac{d^2 \theta'}{dt^2} + cR \frac{d \theta'}{dt} + k_1 R \theta' - Q = mg \sin(\alpha - \theta')$$

ここで左辺第 3 項の k_1 は、図 1 の変形量 0 から s_1 の範囲のばね定数 k_1 である。

図 2 のモデルに数値を与えて計算した結果を図 3 に示す。与えた数値は次のとおり。質量 $m=3.0\text{kg}$ 、半径 $R=100\text{m}$ 、初期回転角 $\alpha=0.2$ 、ばね定数(k_1 、 k_2 、 k_3) $=(3.0, -1.5, 0)\text{N/m}$ 、変形量(s_1 、 s_2) $=(1.0, 2.0)\text{m}$ 、減衰定数 $c=2.0$ 、刻み時間 $\Delta t=0.01$ 、重力加速度 $g=9.8\text{m/s}^2$ 。

図 3 の加速度のグラフを見ると 1 秒付近から、それまで減少を続けていたものが一時的に増加している箇所が見られる。この部分では質点に付加したばねが軟化して(ばね定数が低下して)減少したひずみエネルギーが慣性力へと変換したものと考えられる。また、収束した回転変位 $\theta=0.051$ では質点に作用する重力とばね反力はつりあっている。つぎに図 4 のような質点に作用するばね以外の力が変化しない場合を考える。傾斜角 α を増加させることで、運動方程式により破壊後の変位を追跡することは可能であるが、この場合質点の運動は止まることがない。

ある構造物が破壊を生じ、次なる安定形状に移移することは、その過程を観察することで確認することが出来る。またそのことから、破壊後に収束する変位がある事が予想される。

この数値実験では 2 つのケースを考えたが、いずれの場合でも運動方程式により変位の追跡は可能である。変位の収束をみた図 2 のケースの「円弧」は「幾何学的非線形性を考慮した系」であり、一方の図 4 の「斜面」は「幾何学的非線形性を考慮しない系」とであるということもできる。すなわち、軟化ばね剛性を有する系の問題は、慣性力を含む運動方程式に幾何学的非線形性を導入することにより統一的に取り扱えることになる。

5. さいごに

破壊後の最終安定形状の解析は、今回考えたような 1 次元の場合に限らず、2 次元等でも同様に、材料及び幾何学的非線形性を考慮した運動方程式を用いる事で可能であると予想しており、2 種の非線形を同時に考慮する手法については検討中である。

6. 参考文献

- 1) 酒井久和・澤田純男・土岐憲三：収束計算を行わない動的非線形 FEM のための時間積分法 土木学会論文集 No. 507/1・30、1995、1

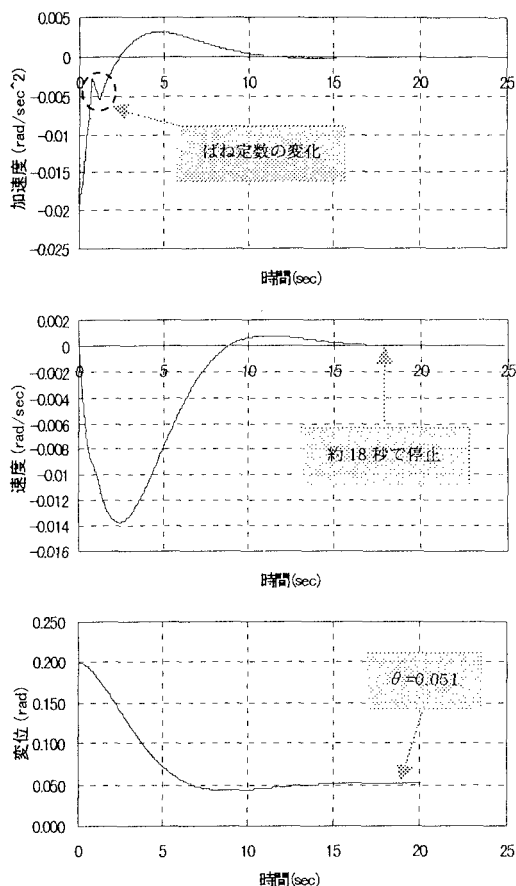


図 3：計算結果の一例

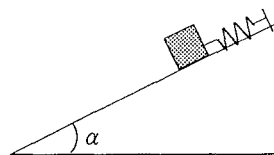


図 4：質点が斜面上にある場合