

## 浮遊砂流れの鉛直断面内の流況

九州工業大学大学院 工学部 学生員 ○田中 孝  
九州工業大学 工学部 正会員 藤崎 一裕

### 1. 序

本研究では、浮遊砂流れの鉛直断面内の流況について考察した。本報告は、粒子を懸濁することによって生じる安定な密度勾配が流れに及ぼす影響を調べることを目的とし、密度勾配のある流れの解析手法の1つである Monin-Obukhov 理論を取り上げ、この式のパラメータ  $\alpha$  について検討を行ったものである。

### 2. Monin-Obukhov 理論

開水路浮遊砂流内の単位体積の流体要素についてエネルギー平衡方程式として次式を用いる<sup>1)</sup>。

$$\tau \frac{du}{dy} = \rho \left( \frac{\rho_s}{\rho_0} - 1 \right) g W_0 \langle C_s \rangle + B \frac{\rho U_*^3}{\kappa L} + \frac{\rho U_*^3}{\kappa y} \quad (1)$$

ここで、 $\rho_s$ :粒子密度、 $\rho_0$ :流体密度、 $g$ :重力加速度、 $W_0$ :粒子沈降速度、 $\langle C_s \rangle$ :浮遊砂断面平均濃度、 $B$ :定数、 $\kappa$ :カルマン定数、 $U_*$ :摩擦速度、 $y$ :水路床から鉛直方向の距離である。上式の右辺第一項は粒子が浮遊するために必要なエネルギー、第二項は粒子・流体の相互作用エネルギー、第三項は流体の乱れによるエネルギーである。第一項と第三項の比をとり、現象の特性長  $L$  が定義される。

$$L^{-1} = \kappa g \left( \frac{\rho_s}{\rho_0} - 1 \right) W_0 \langle C_s \rangle / U_*^3 \quad (2)$$

式(2)の特性長  $L$  は Monin-Obukhov 長に対応し、粒子沈降がない場合に対しては浮力によるエネルギー輸送速度と粘性によるエネルギー散逸速度の比として取り扱われている。

この理論によると渦動粘性係数  $\nu_t$  は

$$\nu_t = \kappa U_* y \left( 1 - \frac{y}{h} \right) \left( 1 + \alpha \frac{y}{L} \right)^{-1} \quad (3)$$

と表される。ここで、 $h$ :水深である。

この理論は気象の分野で開発されたものであるが、これまで浮遊砂流れの解析にも有効に利用されてきた<sup>2)~6)</sup>。しかし、パラメータ  $\alpha$  について Itakura ら<sup>2)</sup>は 7、DeVantier ら<sup>3)</sup>は 3~10、Yuan ら<sup>4)</sup>は 1.8~14.1、Kobayashi ら<sup>5)</sup>は 7、Fujisaki ら<sup>6)</sup>は 6 といったように、各研究者がそれぞれ対象とした現象に適合する定数を用いており、現象を一般的に表すまでには至っていない。

そこで著者らは、現象をより一般的に表せるようにパラメータ  $\alpha$  について以下のような検討を行った。

### 3. 解析方法

開水路浮遊砂流の基礎式は、流下方向に  $x$  軸、水路床から鉛直方向に  $y$  軸とすると、以下ようになる。

$$0 = 1 + \frac{1}{F_{dc}^2} \overline{C_s} + \frac{d}{dy} \left( \overline{\nu_t} \frac{d\overline{u}}{dy} \right) \quad (4), \quad 0 = \frac{d}{dy} \left( \frac{\overline{\nu_t}}{\sigma_t} \frac{d\overline{C_s}}{dy} + \kappa Z \overline{C_s} \right) \quad (5), \quad \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

$$F_{dc} = U_* / \sqrt{gh(\rho_s/\rho_0 - 1) \langle C_s \rangle} \quad (7), \quad Z = W_0 / \kappa U_* \quad (8)$$

上式の解を求めるため、乱流モデルについてはこの種の流れで有効に利用されている  $k-\epsilon$  モデルを用いた。

また、式(2)の  $L$  と式(4)、(5)の  $F_{dc}$  と  $Z$  の間には式(9)の関係がある。

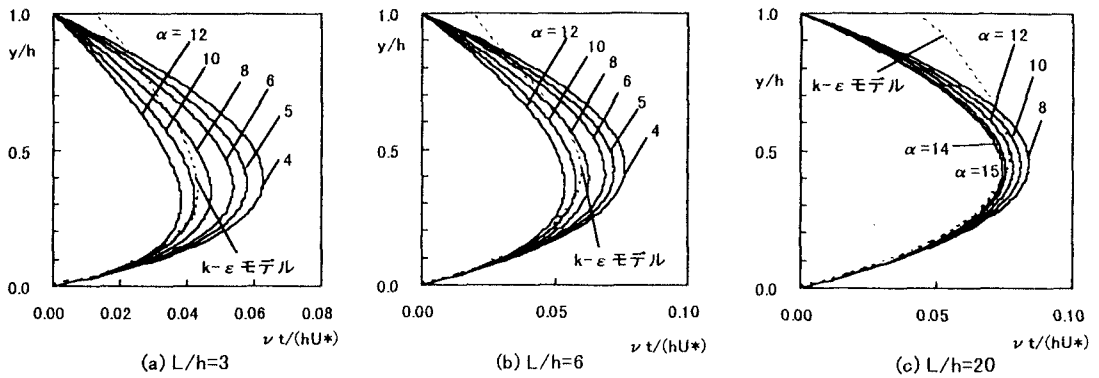


図-1 渦動粘性係数分布の比較

$$\frac{L}{h} = \frac{U_*^3}{\kappa g (\rho_s / \rho_0 - 1) W_0 \langle C_s \rangle h} = \frac{U_*^2}{g h (\rho_s / \rho_0 - 1) \langle C_s \rangle} \frac{\kappa U_*}{W_0} \frac{1}{\kappa^2} = \frac{1}{\kappa^2} \frac{F_{dc}^2}{Z} \quad (9)$$

よってこの現象は式(4)中の密度差パラメータ  $F_{dc}$  と式(5)中の沈降パラメータ  $Z$  の積で表すことができる。種々の  $F_{dc}$  の場合 ( $Z=0.25$ ) について、これらの式を連立させて求めた  $\nu_t$  の分布が式(3)で近似できるよう  $\alpha$  の値を求めた。

#### 4. 結果および考察

図-1 には、 $k-\epsilon$  モデルで求めた  $\nu_t$  と、 $\alpha$  をパラメータとした式(2)の  $\nu_t$  が比較されている。それぞれ  $L/h$  が(a)3、(b)6、(c)20 における結果を示している。これらの図より  $L/h=3$  のとき  $\alpha=9$ 、 $L/h=6$  のとき  $\alpha=10$ 、 $L/h=20$  のとき  $\alpha=13$  で  $k-\epsilon$  モデルと近い  $\nu_t$  であることがわかる。

図-2 には  $L/h$  と図-1 より求めた  $\alpha$  の関係を示している。また図中の●は著者らによる別の検討の結果<sup>7)</sup>で、○は本研究で得られた結果である。この図によると、 $\alpha$  と  $L/h$  の関係は以下の式で近似される。

$$\alpha = 6.0(L/h)^{0.25} \quad (10)$$

故に、Monin-Obukhov 理論における  $\nu_t$  は、

$$\nu_t = \kappa U_* y (1 - y/h) \left( 1 + 6.0 (y/h) (L/h)^{-0.75} \right)^{-1} \quad (11)$$

で表すことができ、現象はパラメータ  $L/h$  の関数として記述される。

#### 5. 結論

密度勾配のある浮遊砂流れの現象をより一般的に表せるように Monin-Obukhov 理論におけるパラメータ  $\alpha$  について、 $k-\epsilon$  モデルによる数値解を用いて解析し、 $\nu_t$  が  $L/h$  に関する式(11)で表されることを示した。本報で検討した結果を用いると、Monin-Obukhov 理論による解析において従来より現象を一般的に表せることを示した。

- [参考文献] 1) 吉川：流砂の水理学、2) Itakura and Kishi：Jour. of the Hydraulic Div., No.HY8, pp.1325-1343, 1980、3) DeVantier and Narayanaswamy：Adv. Water Resources, Vol.12, pp.46-52, 1989、4) Yuan and Sheng：International Jour. of Sediment Research, Vol.6, No.1, pp.25-51, 1991、5) Kobayashi and Seo：Jour. of Hydraulic Eng., Vol.111, No.6, pp.903-921, 1985、6) Fujisaki et. al.：Environmental Hydraulics, pp.499-504, 1991、7) Fujisaki and Tanaka：11th Congress of The IAHR-APD, pp.659-668, 1998