

LES を使った密度成層流中の噴流の数値計算

九州大学 総理工 学生会員 池畑義人
九州大学 総理工 本地弘之

1. はじめに

水平方向に運動量を持つ密度噴流は、地中海の高濃度の塩水が大西洋に流れ出すような地球規模の現象から、博多湾に建設が計画されているような海水の淡水化プラントから廃棄される高濃度の塩水でできた廃液の流動まで、海洋における様々なスケールの流れに見ることができ、それらが形成する局所的な高濃度塩分領域や、密度分布が引き起こす流動は海洋環境に様々な影響を及ぼすことが考えられる。

我々は、このような問題を解決するための基礎的な研究として水平方向に運動量を持つ密度噴流の実験と数値計算を行ってきた。今回は、密度成層流体中に放出された負の浮力を持つ噴流の数値シミュレーションの結果を報告する。

2. 数値計算

2.1. 概要 近年、乱流の数値シミュレーションには

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_i)}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\rho}{\rho} g \delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\nu + \nu_t) S_{ij} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} + u_3 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\kappa_t \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right] \tag{2}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3}$$

$$\nu_t = \begin{cases} (C_s l_s)^2 \sqrt{2 - S_{ij} S_{ij}} \left(1 - \frac{Ri}{Pr} \right) & Ri \leq Pr \\ 0 & Ri > Pr \end{cases}$$

$$Ri = \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho / \partial z}{2 S_{ij} S_{ij}}, \quad l_s = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \kappa_t = \frac{\nu_t}{Pr}$$

- δ_{ij} はクロネッカーのデルタ, $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3$
 $u_i(x, y, z, t)$ 流速の各成分
 $P(x, y, z, t)$ ポテンシャル
 $\bar{\rho}(z, t)$ 水平方向に平均をとった密度鉛直分布
(背景の密度分布)
 $\rho(x, y, z, t)$ 密度と $\bar{\rho}$ の差 (密度の変動成分)

表1 基礎方程式とパラメータ

乱流モデルとして LES (Large Eddy Simulation) を用いたものが増えている。ところが、LES は等方乱流で構築されたモデルなので、そのまま成層流体にこれを適用することはできない。そこで我々は Eidson¹⁾ が提案した浮力エネルギーの乱流生成を考慮した非等方型の LES を用いて解析を行った。

2.2. 基礎方程式 計算の基礎方程式とそれぞれのパラメータを表 1 に示す。座標系は図 1 に示すように z 軸の方向は鉛直下向きが正となっている。式 1 は Boussinesq 近似した流体運動の方程式に Smagorinsky モデルを適用したものである。ただし、前節で述べたように浮力が生成する乱流も考慮したので等方乱流に適用した Smagorinsky モデルとは ν_t の設定が異なっている。

2.3. 計算方法 数値解析には差分法を用いた。式(1)と式(2)の微分は対流項には 4 次精度中心差分²⁾を、その他の項には 2 次精度中心差分を用いてスタッガード格子上で差分近似された。式(1)の時間方向の積分は 3 次精度の Runge-Kutta 法³⁾を式(2)の積分には Adams-Bashforth 法を用いた。また、運動方程式と連続の式のカップリングには Fractional Step 法を用いた。各定数の値は表 2 に示す。

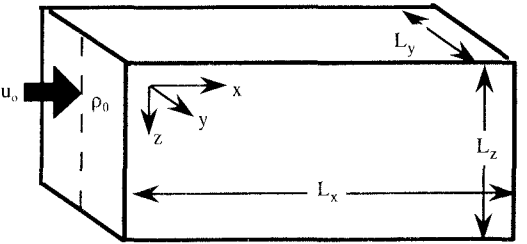


図1 計算領域と境界条件

C_s	Smagorinsky 定数	0.2
Pr	乱流 Prandtl 定数	1.0
ν	分子動粘性係数	0.010 (cm ² /sec)
g	重力加速度	980(cm/sec ²)

表2 定数

2.4.境界条件 流速についての境界条件は，流入と流出についてはそれぞれ

$$u_i\left(0,\frac{L_y}{2},\frac{L_z}{4},t\right)=u_0,\left(\frac{\partial}{\partial t}+C\frac{\partial}{\partial x}\right)u_i(L_x,y,z,t)=0\quad,(i=1,2,3)$$

と設定した。その他の場所では粘着の条件を課した。流出境界条件で用いたCは差分方程式

$$C_k^n=-\frac{\Delta x}{\Delta t}\left(\frac{u_k^n-u_k^{n-1}}{u_k^{n-1}-u_{k-1}^{n-1}}\right)$$

を境界で解いて求める。u_kⁿはu(kΔx,y,z,nΔt)を意味する。

密度についての流入境界条件は次のように与えた。

$$\rho\left(0,\frac{L_y}{2},\frac{L_z}{4},t\right)=\rho_0\quad.$$

2.5.計算条件 次に計算条件を表3に示す。計算領域はLx=60 (cm), Ly=30 (cm), Lz=30(cm)と設定して，これを80×40×40個の格子で分割した。このときの格

子幅はΔx=Δy=Δz=0.75(cm)となる。噴流を噴射するノズルはΔy×Δzの断面積の正方形とした。

3.結果と考察

3.1.密度分布 計算で得られたρの分布を図2-2に示す。背景の密度勾配が大きい場合ほど，噴流の流軸が水平に近くなっている様子が分かる。

3.2.周波数スペクトル 次に Sim.1 から Sim.3 までの同じ座標における速度の時系列からパワースペクトルを算出した。その結果を図3に示す。図3を見ると高周波側で，背景の密度勾配がきついほどスペクトルの勾配は緩やかになっていることが分かる。これは，密度成層による流体層の2次元化等の原因が考えられる。

4.参考文献

- 1)T. M. Eidson : J. Fluid Mech. Vol.158 (1985)
- 2)Y. Morinishi et al. : J. Comp. Phys. Vol.143 (1998)
- 3)M. M. Raj & P. Moin : J. Comp. Phys. Vol.96(1991)

	u ₀ (cm/sec)	ρ ₀ (g/cm ³)	∂ρ̄/∂z (g/cm ³)
Sim.1	20	0.03	0
Sim.2	20	0.03	0.01/Lz
Sim.3	20	0.03	0.03/Lz

表3 計算条件

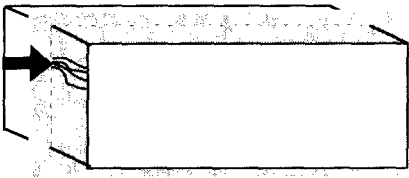


図 2-1 図 2-2で図示している断面

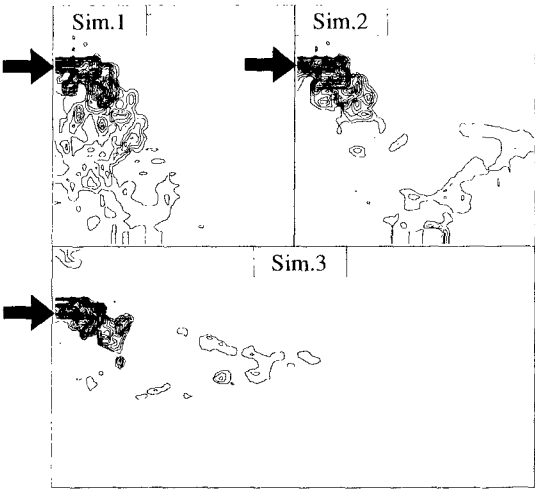


図 2-2 t=5(sec), y=Ly/2の断面における密度分布
等高線は0～0.03を32等分

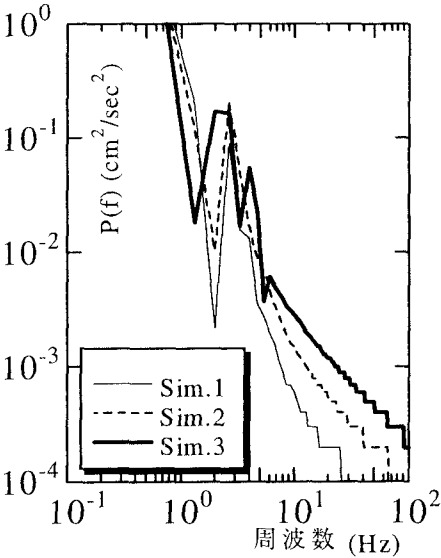


図 3 速度から求めたパワースペクトル