

有限帯板法による片持ち板構造の座屈および動的安定解析

長崎大学大学院 学生会員 ○中澤聡志

長崎大学工学部 フェロー会員 高橋和雄

1. はじめに

プレートガーダー橋に動的荷重が作用すると、フランジやウェブに局部的な面外振動が発生する。この局部振動の発生メカニズムは、外力の周期性に起因する動的安定問題として捉えることができる。著者らは、ガラーキン法を用いて平板の振動、座屈および動的安定性解析を行ってきたが、ガラーキン法はプレートガーダー断面のような複雑な断面には適用しにくい。一方、有限帯板法は比較的少ない自由度で、箱桁やプレートガーダーなどの板構造の解析が可能である^{1),2)}。そこで、著者らは、有限帯板法を用いて、前回報告した面内荷重を受ける片持ち長方形板³⁾をプレートガーダー構造に拡張した解析を行う。

2. 解析方法

解析には有限帯板法の高次帯板要素 (HO3 モデル) を使い、帯板要素内の任意点の変位成分 u, v, w は次式で仮定される。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^N \begin{bmatrix} \langle N_b \rangle > C_m & 0 & 0 \\ 0 & \langle N_b \rangle > C_m & 0 \\ 0 & 0 & \langle N_p \rangle > C_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_m\} \\ \{V_m\} \\ \{W_m\} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 $\langle N_b \rangle, \langle N_p \rangle$: 形状関数, $\{U_m\}, \{V_m\}, \{W_m\}$: 級数の第 m 項に対する節線変位ベクトル, C_m : 片持ちばりの固有振動形, N : 級数の採用項数。

Hamilton の原理に基づいて、式(1)の帯板要素に関する

運動方程式を誘導し、次いで、図-1 に示すような薄板で構成される片持ちプレートガーダー構造を設定し、局所座標系(x', y', z')に関する各マトリックスを全体座標系(x, y, z)に関する量に変換し、変位の適合条件と力の釣り合い条件にしたがってすべての帯板要素について重ね合わせることで、板構造に対する運動方程式を求めることができる。すなわち、

$$[M]\{\ddot{d}(t)\} + ([K] + P_0[K_G])\{d(t)\} = \{0\} \quad (2)$$

ここに、 $[M]$: 質量マトリックス, $[K]$: 剛性マトリックス, $[K_G]$: 幾何剛性マトリックス, $\{\ddot{d}(t)\}$: 加速度ベクトル, $\{d(t)\}$: 変位ベクトル。

式(2)を行列の固有値問題に変換した解析を行う。式(2)において、面内力をゼロとすれば、面内力が作用しない場合のプレートガーダーの固有振動数および固有ベクトルが得られる。また、慣性項を無視することにより座屈荷重 P_{cr} が得られる。

片持ちプレートガーダーの自由端に、図-1 のように静的集中荷重 P_0 と周期的変動集中荷重 $P_i \cos \Omega t$ の和からなる面内集中荷重 P が作用する板構造の運動方程式は式(2)を書き換えて、次式のように表わされる。

$$[M]\{\ddot{d}(t)\} + [K]\{d(t)\} + (P_0 + P_i \cos \Omega t)[K_G]\{d(t)\} = \{0\} \quad (3)$$

モード解析法を適用するために、式(3)の変位ベクトルを、振動解析より得られたモード形マトリックス $[\Phi]$ と一般座標 $\{T\}$ の積によって次式のように仮定する。

$$\{d(t)\} = [\Phi]\{T\} \quad (4)$$

式(4)を式(3)に代入し、モード形マトリックスの転置 $[\Phi]^T$ を前から掛ければ、一般座標に関する運動方程式が誘導され、次式ようになる。

$$[I]\{\ddot{T}\} + [F]\{T\} + (\bar{P}_0 + \bar{P}_i \cos \omega \tau)[G]\{T\} = \{0\} \quad (5)$$

ここに、 $[I]$: 単位行列, $[F]$: 固有振動数の2乗が対角に並んだ対角行列, $[G]$: 係数励振行列, $\bar{P}_0 = P_0/P_{cr}$:

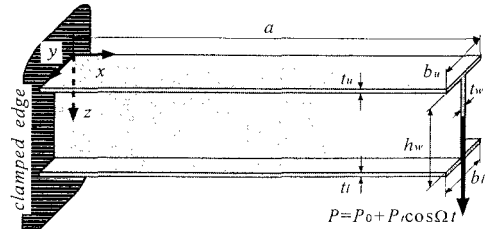


図-1 解析モデル

無次元静的集中荷重, $\bar{P}_i = P_i/P_{cr}$: 無次元変動集中荷重の振幅, $\bar{\omega} = \Omega/\omega_1$: 無次元励振振動数, $\tau = \omega_1 t$: 無次元時間, ω_1 : 最低次の固有円振動数.

式(5)の一般解を, Fourier 級数と指数関数の積の形に仮定し, 調和バランス法により 2 倍サイズの固有値問題に変換することで, 系の安定性を評価することができる⁴⁾.

3. 解析結果

(1) 座屈特性

計算対象の片持ちプレートガーダーの諸元は, $h_w=30\text{cm}$, $b_u=b_l=15\text{cm}$, $t_u=t_l=t_w=1\text{cm}$, ポアソン比 $\nu=0.3$, 弾性係数 $E=2.10 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, 単位体積質量 $\rho=7.85 \times 10^{-6} \text{ kg/cm}^3$ である. 部材長 a をパラメータとして数値解析を行う. 図-2 に座屈荷重と座屈モードを示す. 部材長が増大するにしたがい, 座屈荷重は減少する. 部材長とウェブ高の比が小さい場合, 圧縮応力を受ける側のウェブに局部座屈が発生し, 部材長の増加に伴い, 断面変形が小さくなり, 横倒れ座屈へと移行する.

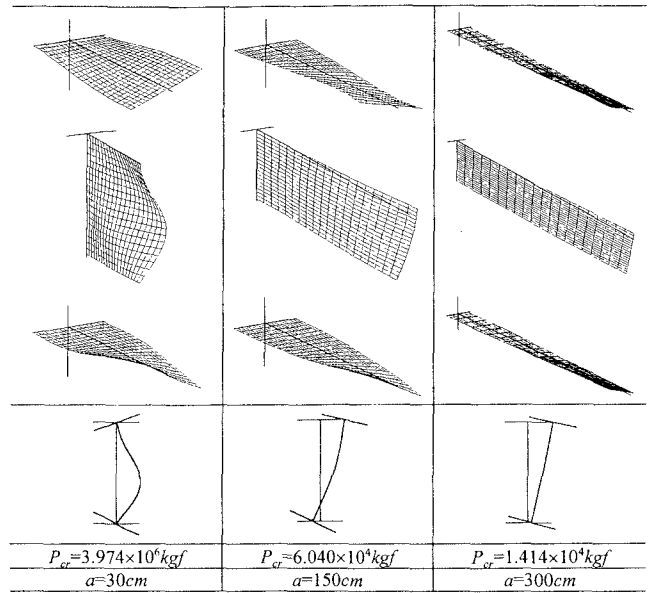


図-2 座屈荷重と座屈モード

(2) 動的不安定領域

図-3 に $a=30\text{cm}$, $\bar{P}_0=0.0$

の場合の不安定領域を示す. 諸元は上記の座屈解析の場合と同じであり, 無次元動的集中荷重の振幅 $\bar{P}_i=0.5$ において不安定領域の幅が 0.1 以下を省略している. 図-3 には単純共振の副不安定領域 ω_i と結合共振の主不安定領域 $\omega_i+\omega_j$ が得られている. 表-1 の振動モードを参照すると, 結合共振は, 水平曲げ対称振動と水平曲げ逆対称振動の組み合わせのみが存在している. また, 単純共振より結合共振の不安定領域の幅が広いことから, 面内変動集中荷重を受ける場合の片持ちプレートガーダーの動的不安定領域は結合共振が支配的である.

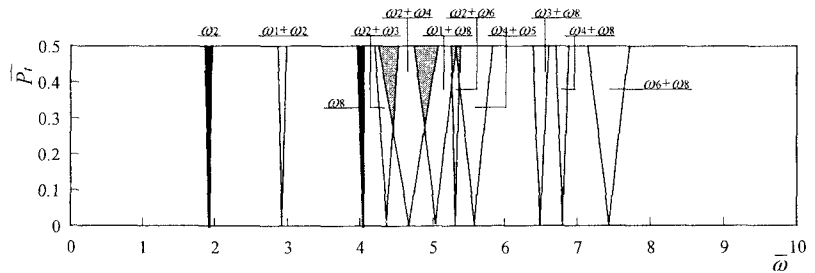


図-3 動的不安定領域 ($a=30\text{cm}$, $\bar{P}_0=0.0$)

表-1 振動モード

次数	$\bar{\omega}_i$	振動モード
1	1.000	水平曲げ対称振動
2	1.922	水平曲げ逆対称振動
3	2.448	水平曲げ対称振動
4	2.753	水平曲げ対称振動
5	2.821	水平曲げ逆対称振動
6	3.392	水平曲げ対称振動
7	3.661	鉛直曲げ逆対称振動
8	4.041	水平曲げ逆対称振動

4. まとめ

有限帯板法を採用した片持ちプレートガーダー構造の座屈および動的安定解析を行い, その特性を明らかにした. 各解析におけるパラメータの影響の結果は講演時に発表する.

参考文献

- 1) Cheung, Y.K.: Finite Strip Method in Structural Analysis, PERGAMON PRESS, 1976.
- 2) 黄・深澤・岡村: 構造工学論文集, Vol.43A, pp.289-298, 1997.3.
- 3) 呉・高橋: 構造工学論文集, Vol.43A, pp.97-105, 1997.3.
- 4) Takahashi, K. and Konishi, Y.: Journal of Sound and Vibration, 123(1), pp.115-127, 1988.