

## 箱型断面を有する部材の振動および座屈解析

長崎大学工学部 学生会員 ○有田幸子  
 長崎大学大学院 学生会員 中澤聡志  
 長崎大学工学部 フェロー会員 高橋和雄

## 1. まえがき

構造部材の断面が長さに対して大きい場合には、断面変形を考慮した板要素としての取り扱いが必要である。著者らは、平板要素を対象とした動的安定解析をプレートガーダーやボックスのような板構造に拡張しつつある。箱型断面を有する部材やトラス用部材の局部変形を含めた取り扱いをするため、従来のガラーキン法による解法に代わって有限帯板法<sup>1)</sup>を用いた解析を行う。本研究では両端単純支持の箱型部材の固有振動特性および座屈特性を断面構成、スパン長などのパラメータより明らかにし、その特性を評価する。これらによって箱型断面を有する部材の動的安定を解析するための基礎資料を作成する。

## 2. 解法

局部変形をも含めた解析を行うため、有限帯板法を適用する<sup>1)</sup>。箱桁の境界条件が単純支持の場合、帯板要素の長さ方向の変位は *Fourier* 級数を用いて近似することができる。一定の軸力  $P_0$  を受ける帯板要素内の任意点の  $x', y', z'$  方向の変位成分  $u, v, w$  は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^r \begin{bmatrix} \langle N_p \rangle \sin k_m x' & 0 & 0 \\ 0 & \langle N_p \rangle \cos k_m x' & 0 \\ 0 & 0 & \langle N_b \rangle \sin k_m x' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_m\} \\ \{V_m\} \\ \{W_m\} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 $r$  ; *Fourier* 級数の採用項数、 $k_m = m\pi/L$ 、 $L$  ; 部材長、 $m$  ;  $x'$  軸方向の半波数、 $\langle N_p \rangle, \langle N_b \rangle$  ; 形状関数。

式(1)より帯板要素の運動エネルギー、ひずみエネルギーおよび軸力のなす仕事を求め、*Hamilton* の原理を用いると帯板要素に対する運動方程式が得られる。さらに、局部座標系に関する各マトリクスを全体座標系に関する量に変換してすべての帯板要素について重ね合わせることで、箱型断面をもつ部材の運動方程式が得られる。運動方程式は *Fourier* 級数の直交性の性質により、各  $m$  項ごとに独立した次の方程式に分離される。

$$[M]\{\ddot{d}_m(t)\} + ([K] + P_0[K_G])\{d_m(t)\} = \{0\} \quad (2)$$

ここに、 $[M]$  ; 質量マトリクス、 $[K]$  ; 剛性マトリクス、 $[K_G]$  ; 幾何剛性マトリクス、 $\{\ddot{d}_m(t)\}$  ; 加速度ベクトル、 $\{d_m(t)\}$  ; 変位ベクトル。

式(2)を行列の固有値問題に変換する解法を用いる。なお、式(2)において軸力をゼロとすれば、軸力が作用しない場合の固有振動数および振動モードが得られる。また、慣性項を無視することにより座屈荷重  $P_{cr}$  と座屈モードが得られる。

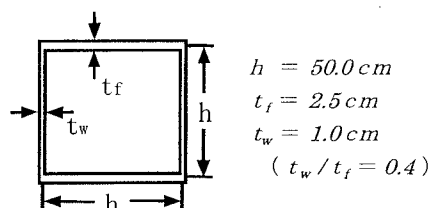


図-1 解析モデル

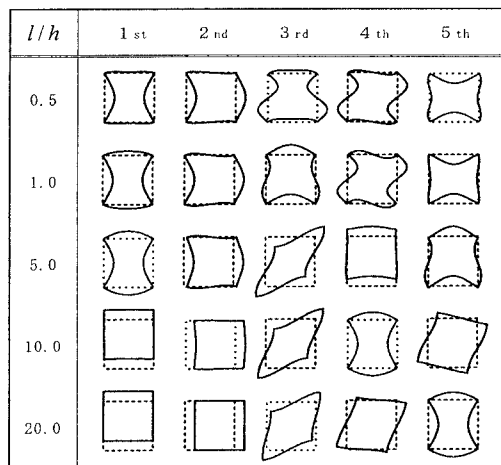


図-2 固有振動の断面変形モード

### 3. 解析モデル

数値計算の対象とする解析モデルとして図-1のような箱型断面を考える。また、データを処理するために  $l = L/m$  で定義される半波長  $l$  を用いる。材料定数には弾性係数  $E = 2.06 \text{ GPa}$ , ポアソン比  $\nu = 0.3$ , 単位体積質量  $\rho = 0.785 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$  を使用している。なお、解析結果は  $l$  を用いて整理している。要素分割は、フランジ、ウェブともに 10 分割の合計 40 分割を用いる。

### 4. 解析結果

#### 1) 固有振動特性

図-2は軸方向半波長  $l$  と高さ  $h$  の比  $l/h$  が 0.5, 1.0, 5.0, 10.0 および 20.0 のときの第1次から第5次振動までの振動の断面変形モードを示している。 $l/h$  が 5.0 以下では最低次の固有振動から断面が変形するモードが得られる。図-3は  $l/h = 20.0$  のときにおける第1次から第5次の固有振動数の変化を  $l/h$  をパラメータとしてプロットしたものである。 $l/h = 20.0$  のときの第4次の振動数はパラメータ  $l/h$  が小さくなると、固有振動数が急激に増大する。また、 $l/h = 20.0$  における第3次および第5次の固有振動数は  $l/h$  が 5.0 以上では変化が小さい。また、 $l/h = 20.0$  のときの1次や2次の固有振動数は、 $l/h$  が 5.0 以上では、はりの振動数と同じ傾向を示す。

#### 2) 座屈特性

図-4は細長比  $l/r$  をパラメータに座屈解析によって得られた座屈応力  $\sigma_{cr}/E$  を、Eulerの座屈公式による座屈応力と比較したものである。細長比が 100 以上の領域では、有限帯板法による結果は Euler 公式の曲線とほぼ一致している。また、図-5では細長比が 30 以下とでる  $l/h$  の小さい部分のみをプロットしている。この  $l/h < 10$  の領域では、座屈応力に極小値が見受けられる。図-6に箱型部材の座屈応力による座屈の断面変形モードを示す。座屈荷重が再び減少を始める  $l/h = 5.5$  以下の領域が、局部座屈領域であることが確認できる。

### 5. まとめ

有限要素法を採用した両端単純支持の箱型断面の振動および座屈解析を行い、その特性を明らかにした。断面の寸法の影響や実際の橋梁部材における結果は講演時に発表する。

### 参考文献

1) 岡村美好・深沢泰晴; 土木学会論文集, No.557/I-41, pp.131-139, 1997.10.

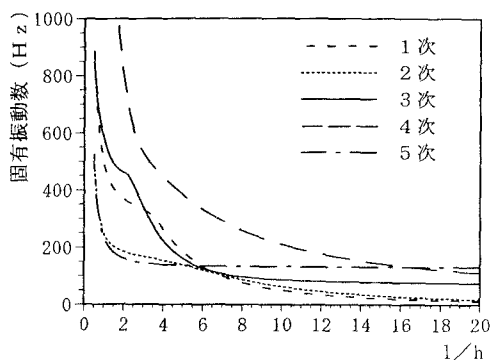


図-3 固有振動数と  $l/h$  の関係

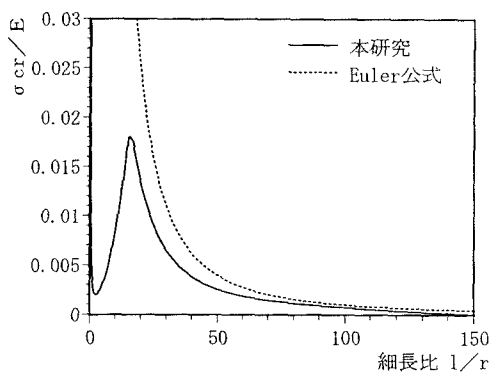


図-4 座屈応力と細長比の関係

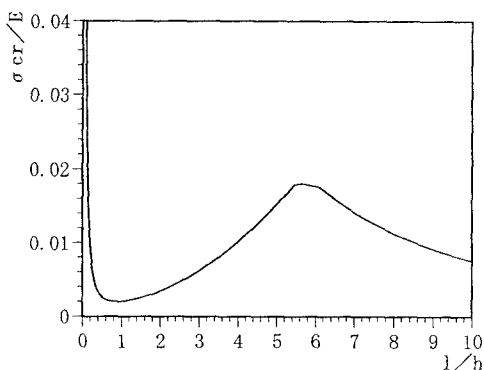


図-5 座屈応力と  $l/h$  の関係

|       |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| $l/h$ | 0.5 | 1.0 | 6.0 |
| 1 st  |     |     |     |
| $l/h$ | 10  | 50  | 100 |
| 1 st  |     |     |     |

図-6 座屈の断面変形モード