

ロッキング振動する長方形 TLD に対する等価振動系

大分工業高等専門学校 正会員 園田 敏矢

正会員 高西 照彦

1. まえがき

構造物の水平振動に対する制震を目的として構造物に長方形 TLD (Tuned Liquid Damper) が設置される場合が多くなってきている。この構造物がロッキング振動を伴う時、設置された TLD も強制的にロッキング振動を行うことになるが、この時、TLD が構造物に及ぼす影響を明らかにするためには、TLD のロッキングに対する復元モーメントを的確に見積もることが必要になる。この復元モーメントを算出する際に TLD 内容液に対する等価振動系の動特性値（等価慣性モーメント、等価回転バネ定数）が与えられていれば便利である。本研究は、TLD のロッキング振動に対する等価振動系の動特性値を実験により求め、理論値との比較検討を行って、理論値の妥当性を示すことを目的としている。

2. 等価振動系の動特性値に対する理論式

図-1 に示すような長さ L 、奥行き D 、水深 H の長方形 TLD の回転自由振動について考える。貯槽は剛であるとし、その内容液は非圧縮、非粘性であり、運動は非回転であると仮定する。一般に TLD 中の内容液の振動形は、その固有振動数に対応する振動形（動揺振動モード）と無限大の固有振動数に対応する振動形（剛振動モード）とに分けて考えることができる。第 s 次のロッキング動揺振動モードに対する等価慣性モーメント J_{ws} および、剛振動モードに対する等価慣性モーメント J_{w0} は、図-1 の点 o 周りについて、次式のように表される。

$$J_{ws} = 8\rho DH^4 \left(\frac{H}{L} \right) \frac{\{\lambda_s H \sinh \lambda_s H - \cosh \lambda_s H + 2 + \frac{d}{H} \lambda_s H \sinh \lambda_s H\}^2}{(\lambda_s H)^5 \sinh \lambda_s H \cosh \lambda_s H} \quad (1)$$

$$J_{w0} = 8\rho DH^4 \left[-\frac{1}{192} \left(\frac{L}{H} \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{L}{H} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{d}{H} \right)^2 + \frac{1}{96} \left(\frac{L}{H} \right)^3 \left(\frac{1}{2} + \frac{d}{H} \right) + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{3}{\{(2s-1)\pi\}^5} \tanh \left(\frac{2s-1}{2} \pi \frac{L}{H} \right) + \left(\frac{H}{L} \right) \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_s H)^5} \left(\frac{2 \cosh \lambda_s H - 1}{\sinh \lambda_s H} + \frac{d}{H} \lambda_s H \right) \right] - \sum_{s=1}^{\infty} J_{ws} \quad (2)$$

ここに、 g は重力加速度、 ρ は内容液の密度、 d は容器の内側の底面と支点 o との間の距離である。また、

$$\lambda_s = \frac{2s-1}{L} \pi, \quad n_{ws} = \sqrt{g \lambda_s \tanh \lambda_s H}, \quad k_{ws} = n_{ws}^2 J_{ws} \quad (3)$$

n_{ws} は第 s 次の固有円振動数で、 k_{ws} は等価回転バネ定数である。

3. 模型実験の概要および結果

図-3 に示す実験装置を用いて、TLD 模型を支点周りに回転自由振動させ、その時の時刻歴変位波形を計測し、これよりこの振動系の固有周期を求めることによって、TLD 内容液の等価振動系に対する動特性値を算出した。TLD 容器としては厚さ 5 mm のアクリル板を使用し、内寸が、長さ 30 cm、奥行き 5 cm、高さ 17 cm の長方形水槽を作製してこれを用いた。TLD 容器はその上部の両端に 2 本または 4 本のバネを取り付けて上枠に吊り下げた。また、その底面の中央を支点（ナイフエッジ）で支えて回転中心とした。水深は、3, 4, 5, 6, 7, 8 cm の 6 段階に変えて設定し、バネはそれぞれバネ定数の異なる 4 種類のバネを用いて実験を行った。TLD 模型の変位はレーザー変位計で測定し、その記録を AD 変換した後データ数 400 個（16 秒）を用いてブローニエの方法¹⁾により固有振動数を求めた。図-2 に示すように内容液はその 1 次振動のみを考える。TLD 容器の回転角を θ 、内容液の回転角を表す基準座標を φ とすると、TLD 容器の自由振動に対する振動方程式と内容液の振動方程式はそれぞれ次式のように表される。

$$-J_0 \ddot{\theta} - J_{w0} \ddot{\theta} - \frac{1}{3} N m_k x_0^2 \ddot{\theta} + m_0 g h_0 \theta - N k_0 x_0^2 \theta + \rho D L g \left(\frac{H^2}{2} + dH + \frac{L^2}{12} \right) \theta + k_{w1} \varphi = 0 \quad (4)$$

$$-J_{w1} (\ddot{\theta} + \ddot{\varphi}) - k_{w1} \varphi = 0 \quad (5)$$

ここに、 J_0 ：容器の慣性モーメント、 m_0, h_0 ：容器の質量及び点 o から重心までの距離、 N, k_0, x_0 ：バネの本数、バネ定数、左右バネ間の距離の $1/2$ 、 m_k ：バネ 1 本の質量、 J_{w1}, k_{w1} ：内容液の 1 次の等価慣性モーメント及び等価回転バネ定数である。式 (4) の第 1 項は容器の慣性力モーメント、第 2 項は固定水による慣性力モーメント、第 3 項はバネの質量による慣性力モーメント、第 4 項は容器の質量による復元モーメント、第 5 項はバネによる復元モーメント、第 6 項は内容液の静止質量にもとづく復元モーメント、第 7 項は内容液の 1 次振動の等価回転バネによる復元モーメントである。一定の水深に対してバネをいろいろ変えた場合について、式 (4)、(5) から TLD 容器の固有振動数を求め、得られた固有振動数に対して最小 2 乗法を適用することによって、TLD 内容液の自由水 (J_{w1}) と固定水 (J_{w0}) の値を算出した。容器の慣性モーメント J_0 と使用したバネのバネ定数は、空の TLD 容器に質量と慣性モーメントが既知な 4 種類のアクリル板を容器の頂部に載せ、回転自由振動をさせて、その時の固有円振動数を計測することにより実験的に求めた。その結果、 $J_0=0.194953 \times 10^{-4} \text{ t} \cdot \text{m}^2$ 、 $k_6=0.124863$ 、 $k_7=0.148465$ 、 $k_8=0.193090$ 、 $k_1=0.110858 \text{ KN/m}$ が得られた。このバネ定数はバネ 1 本の値で、実験では k_6, k_7, k_8 のバネは 2 本、 k_1 のバネは 4 本使用した。各水深においてバネをいろいろ変えた時の TLD 容器の 2 次の固有振動数及びそれらより求めた J_{w1}, J_{w0} の値を表-1 に示す。図-4 に各水深における J_{w1}, J_{w0} の実験値及び理論値を示す。実線は J_{w1} の理論値、破線は J_{w0} の理論値、○印は J_{w1} の実験値、●印は J_{w0} の実験値を示している。

図-4 より、実験値と理論値はよく一致していることが判る。このことから本論文で示した等価振動系の動特性値に対する理論式は妥当であるといってもよさそう。内容液を全て固定水とみなした場合の慣性モーメントを J_{w0} とし、この値に対する水深 $H=3 \text{ cm} \sim 8 \text{ cm}$ における J_{w1}, J_{w0} の比をとってみると、 J_{w1} では $10.0 \sim 1.5$ 、 J_{w0} では $0.96 \sim 0.81$ となり、水深が深くなるに従って、 J_{w1}/J_{w0} は急激に小さくなり、 J_{w0}/J_{w0} は漸減している。このことから、水深が低い程、ロッキング振動の制震効果が大きい事を示している。

表-1 2 次の固有振動数 (Hz) と J_{w1}, J_{w0} の値

	2 次の固有振動数 (Hz)					
	$H=3\text{cm}$	$H=4\text{cm}$	$H=5\text{cm}$	$H=6\text{cm}$	$H=7\text{cm}$	$H=8\text{cm}$
k_6	2.2685	2.2302	2.1413	2.0849	2.0781	2.0435
k_7	2.3954	2.3460	2.2963	2.2578	2.2067	2.1941
k_8	2.8188	2.7685	2.7429	2.6274	2.5650	2.4708
k_1	3.0059	2.9655	2.8318	2.7315	2.7325	2.6283
J_{w1}	0.40083	0.27315	0.22624	0.22084	0.17054	0.19602
J_{w0}	0.02755	0.02935	0.04349	0.06812	0.06245	0.09609

J_{w1}, J_{w0} の単位： $10^{-4} \text{ t} \cdot \text{m}^2$

[参考文献]

- 1) 安田仁彦著：モード解析と動的設計、コロナ社、pp187-192, 1993.11.

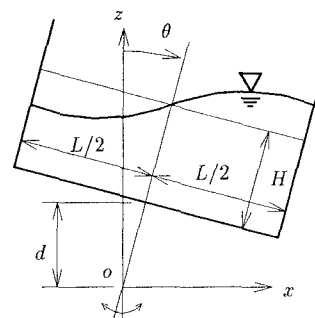


図-1 長方形 TLD

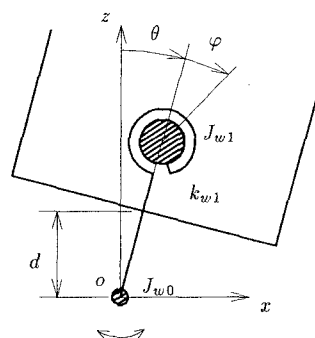


図-2 長方形 TLD の等価振動系

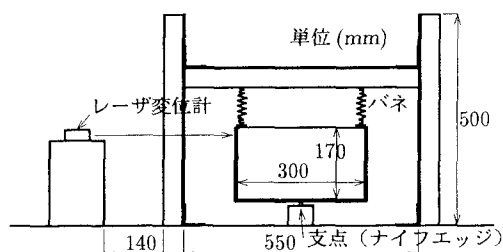


図-3 実験装置

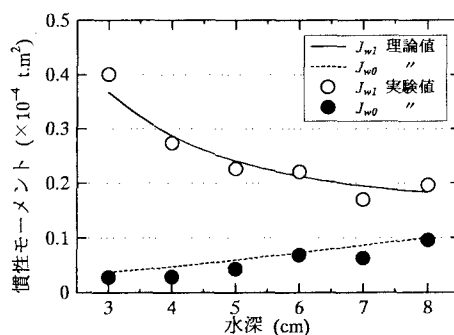


図-4 等価慣性モーメント