ＧＡを基礎とする混合型最適化問題の一解法

九州共立大学工学部　学生会員　山田　泰三
九州共立大学工学部　正 会 員　三原　徹治
第 一 復 建 ㈱　正 会 員　千々岩浩巳
九 州 大 学 工 学 部　正 会 員　太田　俊昭

１．まえがき　土木構造物の最適設計法に関する研究は，数理計画法を基礎としたいわゆる連続的最適化手法の援用に始まり，実用化へ向けて離散的最適設計法へ移行してきたという経緯を有する．土木構造設計において決定すべき諸量(設計変数)の解候補の大半が離散的数値として準備されているためである．しかし，すべての設計変数の解候補が離散的に与えられるわけではなく，一部には連続的な設計変数値も存在する．その意味で最適設計法の次なる対象は，離散的・連続的設計変数が混在する混合型最適化問題である．

従来の最適化手法を基礎として混合型最適化問題の解法を開発するとき，基礎となる手法には連続的最適化手法と離散的最適化手法とが考えられるが，工学的な設計問題ではいかなる連続変数の値にも有効桁(必要な精度)があるため連続変数を離散化する場合にもその有効桁を意識することで有限な離散化が可能であることから，本研究では連続変数を離散化することによって混合型最適化問題を離散的最適化問題に変換する立場をとり，その一解法として遺伝的アルゴリズム(ＧＡ)を援用する手法を提示する．

２．設計基本式の変換とＧＡを基礎とする解法の提示

(1)混合型問題の離散的問題への変換　本研究で対象とする混合型最適化問題は式(1)に示すような単一目的問題である．ただし，Ｘ＝離散的設計変数ベクトル，Ｙ＝連続的設計変数ベクトル，Ｗ＝目的関数，G_j＝制約条件式，Ｊ＝制約条件式の総数である．ここで連続的設計変数Ｙを所望の刻み幅で離散化すると式(2)に示すような離散的最適化問題に変換でき，原理的には列挙法によってその最適解を求めることが可能となる．ここに，Ｘ’＝連続変数Ｙを離散化した離散的設計変数ベクトルである．しかし連続的設計変数Ｙの上下限値幅が大きく，刻み幅が小さい場合にはＸ’の離散値データ数が非常に多くなり，元々の離散的設計変数Ｘの離散値データとの組合せ総数も非常に大きくなる．場合によっては，列挙法による最適解探索が事実上不可能となることも予想される．

$$\{\text{Find } X \text{ as discrete value}, Y \text{ as continuous value} \mid W(X,Y)\rightarrow \min., G_j(X,Y)\leqq 0\ (j=1,2,..,J)\} \quad \text{----} \quad (1)$$
$$\{\text{Find } X \text{ and } X' \text{ as discrete values} \mid W(X,X')\rightarrow \min., G_j(X,X')\leqq 0\ (j=1,2,..,J)\} \quad \text{----} \quad (2)$$

(2)ＧＡを基礎とする解法　式(2)の解を列挙法で求めることができない場合，ＧＡは魅力的な手法である．ここでは著者らが別途提示した進化環境の初期化を導入した交配個体選択($_{\mathrm{Imi}}$ＧＡ)[1]を適用する．変換された離散的問題特有の弱点として，連続変数Ｙを小さな刻み幅で離散化したＸ’の離散値データでは目的関数Ｗ値への影響が小さいため，ある程度良好な解が得られるとそれ以上良好な解への進化が滞り，結果的に最適解へ到達しない可能性も無視できない．これら問題点の克服のため，次のような多段階手法を提示する．

①複数の交配個体数N_s値による$_{\mathrm{Imi}}$ＧＡによって式(2)に示される問題の最適化計算を行う(第1ステップ)．

②出現した比較的良好な解における元々の離散変数値の組合せに着目し，その値を固定したうえで，元々の連続変数を離散化した修正問題を設定する．

③$_{\mathrm{Imi}}$ＧＡによる修正問題の最適化計算を行う（第2ステップ）．

④必要と判断される元々の離散変数値の組合せに対して②，③を繰返す（第3, 4, …ステップ）．

⑤すべての最適化計算で出現した解のうち最良の解を最適解と判断する．

この手法の背景にはＧＡの最適化能力もあながち軽視できないことがある．すなわち，$_{\mathrm{Imi}}$ＧＡではＧＡ的パラメータとして設定する交配個体数N_s値(人口数N_Pの1～2割)によって異なる解が得られることがあり，それらの中にたとえ最適解が含まれなくとも出現した解にはかなり有用な情報が含まれており，特に，元々の

離散変数値にその傾向が強いと考えられる（元々の連続変数値に比べて自由度が小さいため）ためである．

3．ベンチマークテスト

ここでは混合型最適構造設計問題のベンチマーク問題として荒川ら[2]も取組でいる圧力容器の最適設計問題への適用結果を示す．圧力容器の内径R（＝25.0～150.0）とシリンダー長L（＝25.0～250.0）は連続的設計変数であり，解候補が離散的に与えられるシェル肉厚T_sとヘッド肉厚T_h(いずれも0.0625, 0.1250, . . , 1.25の20種）の合計4個の設計変数値を決定する最小重量設計問題である．$_{\mathrm{Imi}}$ＧＡのＧＡ的パラメータには人口数N_P＝200，突然変異発生確率＝0.2，計算世代数＝200，交配個体数N_S＝20, 21, . . , 40(計21ケース)を各ステップ共通とした．

第1ステップでは連続変数ＲとＬをＲ＝25.0+0.01ｎ（ｎ＝0～12500），Ｌ＝25.0+0.01ｎ（ｎ＝0～22500)と十分に小さな刻み幅で離散化することにより組合せ総数＝1.125×10^{11}の組合せ最適化問題を解いた．表-1には全21ケースの計算結果を目的関数Ｆの昇順に整理し，それらの解が得られたN_s値も参考までに併記した．第1位の解も荒川ら[2]の解Ｆ＝5851.78よりかなり劣悪で，2ケースでは可能解も出現せず，得られた可能解も18種類もあった．解の精度・安定性からも十分に最適化されているとは判断し難いが，1組も同じ組合せが出現していないＲ，Ｌ値と対照的にT_s，T_h値は予想通りある程度限定されている．出現した7組のT_s，T_h値に応じた修正問題への移行状況を表-1の備考欄に示す．

表-2に第2ステップ以降の計算結果として各ステップの上位5位までの解を示す．第2ステップ以降では元々の離散的設計変数T_s，T_h値を固定するため各修正問題の組合せ総数＝2.81×10^{8}と第1ステップよりかなり小さい．第2ステップの最良解Ｆ＝5850.4558は全21ケースのうち8ケース（比率にして38.1%）で安定的に得られ，荒川らの解Ｆ＝5851.78よりも若干ではあるが小さな（より良い）値である．また，第1ステップの第1位の解より小さな目的関数値の解が大半のケースで得られたことも興味深い現象である．第3ステップのT_s，T_hの固定値は第1ステップで出現した解では最も頻度の高い組合せであるが，得られた最良解Ｆ＝6091.4903は第2ステップの解Ｆ＝5850.4558に比較して4%以上も大きい．第4ステップの最良解Ｆ＝6371.5459もまた劣悪な解である．第2～4ステップでの観察から，第1ステップで出現したあるT_s，T_h値を固定した修正問題の解は，同じ組合せによる第1ステップの解に比較して改良される傾向を示すが，その改良量はさほど大きくないことがわかる．よって，この時点で第5ステップ(修正問題<4>)以降の最適化計算を省略するとともに，第2ステップの最良解を最適解と判定して最適化計算を終了する．

表-1　第1ステップの計算結果

順位	F	R	L	T_s	T_h	N_s	備　考
1	5894.2735	38.61	225.68	0.7500	0.3750	22	修正問題<1>へ
2	5957.1685	38.12	233.09	0.7500	0.3750	33	〃
3	6094.0746	45.34	140.22	0.8750	0.4375	26	修正問題<2>へ
4	6096.1124	45.29	140.74	0.8750	0.4375	39	〃
5	6106.3884	45.20	141.66	0.8750	0.4375	21, 25	〃
6	6129.3651	45.00	143.72	0.8750	0.4375	23	〃
7	6178.8681	44.58	148.14	0.8750	0.4375	38	〃
8	6201.4988	44.39	150.17	0.8750	0.4375	24	〃
9	6296.6379	43.62	158.67	0.8750	0.4375	37	〃
10	6305.1692	43.55	159.45	0.8750	0.4375	28	〃
11	6351.0428	43.19	163.57	0.8750	0.4375	31	〃
12	6380.3526	48.48	110.89	0.9375	0.5000	36	修正問題<3>へ
13	6393.1972	48.35	112.01	0.9375	0.5000	20	〃
14	6404.0279	48.24	112.96	0.9375	0.5000	35	〃
15	6410.6297	51.81	84.61	1.0000	0.4375	29	修正問題<4>へ
16	6562.1142	46.72	126.71	0.8750	0.5000	27	修正問題<5>へ
17	6574.1148	46.61	127.75	0.9375	0.5000	30	修正問題<6>へ
18	6847.9376	54.10	68.84	1.0625	0.5625	40	修正問題<7>へ
＊	N_s=32, 34では可能解が出現せず.						

表-2 第2ステップ以降の計算結果

	順位	F	R	L
第2ステップ	1	5850.4558	38.86	221.37
(修正問題<1>)	2	5854.6240	38.83	221.83
T_s＝0.7500	3	5855.0221	38.83	221.85
T_h＝0.3750	4	5858.9794	38.80	222.30
	5	5860.2960	38.79	222.45
第3ステップ	1	6091.4903	45.33	140.33
(修正問題<2>)	2	6093.6678	45.31	140.53
T_s＝0.7500	3	6095.0261	45.30	140.64
T_h＝0.3750	4	6099.3659	45.26	141.04
	5	6103.9613	45.22	141.45
第4ステップ	1	6371.5459	48.57	110.12
(修正問題<3>)	2	6373.4741	48.55	110.29
T_s＝0.7500	3	6375.3991	48.53	110.46
T_h＝0.3750	4	6377.1377	48.52	110.57
	5	6381.1545	48.47	110.97
第5ステップ以降は計算省略.				

4．あとがき

本研究ではＧＡを基礎とする混合型最適化問題の一解法を提示し，ベンチマークテストにおいて一応の成果を得ることができた．解の精度・安定性の手法面や土木構造設計への適用など検討すべき課題は山積しているが，混合型最適化問題の解法としてＧＡを適用することの可能性を示すことができた．

参考文献　1)坂口，三原，千々岩：進化環境の初期化指標に情報エントロピーを用いた交配個体選択ＧＡの改良，土木学会西部支部研究発表会講演概要集，1999.3.　2)荒川，萩原：実数領域適応型(ARRange)遺伝的アルゴリズムの開発，日本機械学会論文集，63-616C，1997.