

CLOSED-CITY における 2 財多地区土地利用モデルについて

熊本工業大学 ○学生員 大江 尚樹
熊本工業大学 正員 田代 敬大

1. はじめに

これまで、都市の土地・住宅等の需要者に付け値分布、供給者に資産選択行動を想定し、すべての地区のすべての財の同時均衡を表現する「多財多地区土地利用モデル」を作成し¹⁾、居住者の効用から都市人口が得られるopen-cityでの均衡土地利用状況等を検討してきている²⁾。

本研究は、外生的な都市人口から効用を決定するclosed-cityでの「多財多地区土地利用モデル」を検討するものである。ただopen-cityと異なり、幾つかの課題が出現する。第一に、供給者の条件付き最適化問題を解けば実質的には連立方程式を解く必要のないopen-cityに対し、closed-cityでは内部に最適化問題を含む連立方程式を解く必要がある。第二に、効用分布を導く付け値分布を求めるには、平均の他に標準偏差が必要であるが、これは過剰な未知数となる。

ここでは、前者に対しては最適化問題で解析的な解が得られる2財に限定し、後者に対しては変動係数 δ を導入してparametricな解法を検討する。

2. 2財多地区土地利用モデル

2財を住宅と農地とした2財多地区土地利用モデルの一般均衡論的な連立方程式体系は、次の通りである(表1)。

まず、住宅需要者に対数線形効用関数①を仮定すると、住宅付け値②と敷地規模③が得られる。ここで、2parameter-portfolio理論の要請から付け値分布に正規分布を仮定すると、敷地規模分布④が得られる。付け値分布は1つの地区の分布が得られると減少率 λ_i を通してすべての地区の付け値分布が得られ、それに対応してすべての地区の敷地規模分布が得られる。付け値分布は都心側地区1から郊外に向けて平均・標準偏差ともに減少し、平均敷地規模は増大する。各地区の住宅需要関数は、⑤式で定義する。

次に、各地区の供給者の2危険資産選択問題を解析的に解いて得られる最適住宅投資比率 ξ_i は、⑥式となる。空売りはできないので $0 \leq \xi_i \leq 1$ であり、 $\xi_i > 1$ 、 $\xi_i < 0$ の場合の供給者の主体的均衡点は端点解となる。住宅供給関数は、⑦式で定義する。

さらに、市場均衡条件⑧、都市境界条件⑨、地区人口⑩、都市人口⑪の式を加えると、「2財多地区土地利用モデル」が表現される。ただし、住宅付け値と農地価格との共分散(相関係数)はparameterとして外生的な取り扱いとなり、また、簡明なモデルとするため相関係数、供給者の希望水準、地区面積はすべての地区で一定と仮定する。

表1 「2財多地区土地利用モデル」

* 添え字 i は都心からの地区番号 ($i = 1, 2, \dots, m$)

(1) 効用関数 $u(\cdot)$ 、付け値関数 $P(\cdot)$ 、敷地規模関数 $s(\cdot)$

$u(z, s) = \alpha \log z + \beta \log s$ ①

$P_i(T_i, u) = \alpha^{\alpha} \beta^{\beta} (Y - T_i) \nu^{\beta} e^{-u/\beta}$ ②

$s_i(T_i, u) = \beta (Y - T_i) / P_i(T_i, u)$ ③

α, β : parameter Y : 所得 T_i : 交通費用

(2) 敷地規模分布 $f(s_i)$

$f(s_i) = 1/(\sqrt{2\pi} \sigma_i) (\beta I_i / s_i^2) \times \text{EXP}[-1/2\{(\beta I_i / s_i - \mu_i) / \sigma_i\}^2]$ ④

ここに、 I_i : 地区 i の純所得 $I_i = Y - T_i$

μ_i : 地区 i の付け値平均 $\mu_i = \kappa_i \mu_1$

σ_i : 付け値標準偏差 $\sigma_i = \kappa_i \sigma_1$

κ_i : 減少率 $\kappa_i = \{(Y - T_i) / (Y - T_1)\} \nu^{\beta}$

(3) 需要関数 $D_i(\cdot)$

$D_i(\mu_i, \sigma_i, n_i) = E[s_i] n_i$ ⑤

n_i : 地区 i 立地者数 $E[s_i]$: 地区 i 敷地規模平均

(4) 最適住宅投資比率 $\xi_i(\cdot)$

$\xi_i(\mu_i, \sigma_i, \sigma_{\text{HAI}}) = (a_1 \sigma_a^2 - a_2 \sigma_{\text{HAI}}) / K_i$ ⑥

ここに、 $a_1 = \mu_i - d$ $a_2 = \mu_a - d$

$K_i = a_2 \sigma_i^2 + a_1 \sigma_a^2 - (a_1 + a_2) \sigma_{\text{HAI}}$

μ_a : 農地価格平均 σ_a : 農地価格標準偏差

σ_{HAI} : 付け値と農地価格の共分散 d : 希望水準

(5) 供給関数 $S_i(\cdot)$

$S_i(\mu_i, \sigma_i, \sigma_{\text{HAI}}, A_i) = \xi_i(\mu_i, \sigma_i, \sigma_{\text{HAI}}) A_i$ ⑦

A_i : 地区 i 面積

(6) 市場均衡条件、都市境界条件

$D_i(\mu_i, \sigma_i, n_i) - S_i(\mu_i, \sigma_i, \sigma_{\text{HAI}}, A_i) = 0$ ⑧

$\xi_m(\mu_m, \sigma_m, \sigma_{\text{HAI}}) = 0$ ⑨

m : 都市境界地区

(7) 地区人口 n_i 、都市人口 N

$n_i = \xi_i(\mu_i, \sigma_i, \sigma_{\text{HAI}}) A_i / E[s_i]$ ⑩

$N = \sum n_i$ ⑪

(8) 追加的仮定

・ 付け値と農地価格の相関係数(共分散)はparameterとし、 A_i 、 d とともに、すべての地区で一定とする。

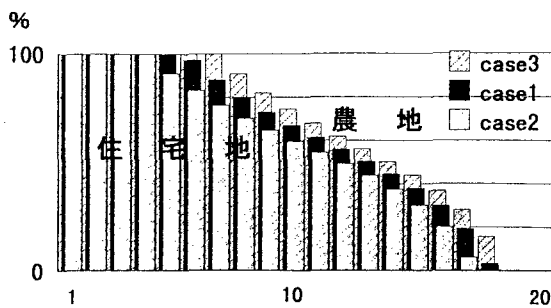


図1 土地利用構成比 ($\rho=0.6 \delta=0.166$)

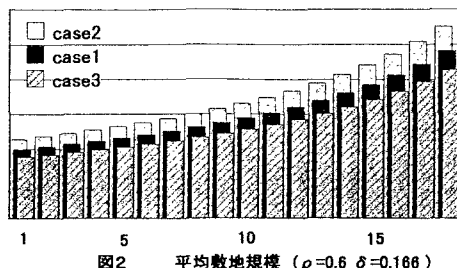


図2 平均敷地規模 ($\rho=0.6 \delta=0.166$)

3. CLOSED-CITY 均衡解の存在と均衡効用分布

都市人口 N_0 と境界条件⑨を与え、連立方程式⑤式、⑦式、⑧式、⑩式、⑪式のclosed-city としての解法を考える。

ここで、地区1に変動係数 $\delta = \sigma_1 / \mu_1$ を導入し、適宜この他のparameter も設定すれば、実質的な未知数は μ_1 のみとなる。なお、連立方程式から得られる次の⑫式を都市人口関数、⑬式をclosed-city 条件関数と呼ぶことにする。

$$N = \sum_{i=1}^m \xi_i (\mu_i, \delta \mu_i) A_i / E[s_i] \quad (12)$$

$$N - N_0 = 0 \quad (13)$$

$\delta = \text{const.}$ の条件下では $dN / d\mu_1 > 0$ が証明されるので、 μ_1 に関して都市人口関数⑫は単調増加関数になる。したがって、closed-city 条件関数⑬では、任意の $N_0 (> 0)$ に対し、一意的に1実根 μ_1^* が均衡解として存在する。

均衡付け値平均 μ_1^* と均衡標準偏差 σ_1^* が得られると、均衡効用分布の密度関数 $f(u)$ が表現される。

$$f(u) = 1/(\sqrt{2\pi} \sigma_1^*) \{ Z_1 e^{-u/\beta} / \beta \} \times \exp[-1/2 \{ (Z_1 e^{-u/\beta} - \mu_1^*) / \sigma_1^* \}^2] \quad (14)$$

$$\text{ここに、} Z_1 = \alpha^{u/\beta} (Y - T_1) 1/\beta \quad (14)$$

均衡効用分布は、modeが次式で与えられる単峰形の分布である。

$$\text{mode} = -\beta \log[(\mu_1^* + \sqrt{\mu_1^{*2} + 4\sigma_1^{*2}}) / (2Z_1)] \quad (15)$$

4. 数値計算例

まず仮想的な計算条件の下にopen-city model を解き (case 1)、次いで都市境界を固定して、open city人口の2割減をcase 2、2割増をcase 3としてclosed-city model を解いた。解は、closed-city 条件式⑬を1次補間法 (はさみうち法) を用いて求めた。

case 2をcase 1と比較すると、人口減少にともない都市境界は都心側へ後退し、都心側の完全に住宅地化している地区も都心側へ移動している (図1)。

表2 数値計算結果 ($\rho_{HH}=0.6 \delta=1.666$)

	均衡付け値分布		均衡効用分布	
	μ_1^*	σ_1^*	$E[u]$	$SD[u]$
case 1 ($N_0=95179$)	30.0	5.0	6.625	0.086
case 2 ($N_0=76143$)	26.2	4.4	6.693	0.086
case 3 ($N_0=114215$)	33.8	5.6	6.566	0.086

これは付け値分布が変化したためであり、case 1の $\mu_1^*=30.0$ に対し、case 2では $\mu_1^*=26.2$ になっている。したがって平均敷地規模は全体的に増大し (図2)、均衡効用平均はcase 1の6.625 からcase 2の6.693 へと高くなっている (表2)。

case 3のcase 1との比較は、概ね上記と逆になる。都市境界が固定されているので、人口増加は都市内農地が宅地化されることで吸収される (図1)。しかしcase 3の付け値は $\mu_1^*=33.8$ へと上昇し、平均敷地規模も減少して (図2)、均衡効用平均は6.566に低下している (表2)。

5. おわりに

通常、closed-city model は、case 2のように、先進国大都市のような成熟期ないし停滞期に入った都市の分析に適した概念装置とされるが、case 3のように、外延的な拡張が無視できるほどの人口爆発都市や過剰都市化 (over-urbanization) の問題等にも適用できるかもしれない。

なお、異なる変動係数での解など、詳しい数値計算例は講演時に報告する予定である。

【参考文献】

- 1) 田代敦大「資産選択を考慮した多数土地市場の均衡について」土木学会西部支部講演概要集 (1994)
- 2) 田代敦大「多財多地区モデルによる都市内土地利用パターンについて」土木学会西部支部講演概要集 (1995)