合意形成型費用配分法に関するゲーム論的考察

熊本大学大学院　正会員　藤村秀樹
熊本大学工学部　正会員　溝上章志
熊本大学大学院　正会員　柿本竜治

1．はじめに

筆者らは，複数の事業主体により実施される公共基盤整備の費用配分法として，新たに合意形成型費用配分法[1)]を提案している．この配分法は，従来の分離費用身替り妥当支出法では考慮できなかった関係者の意見を集約する機能を備えている．本研究は，この配分法による解の特性をゲーム論の立場から考察したものである．

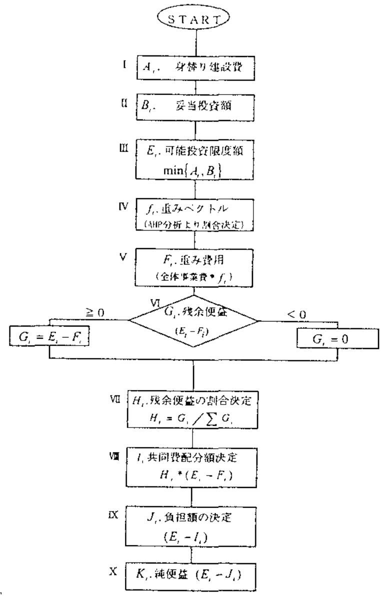
2．合意形成型費用配分法による配分解の特性

(1)合意形成型費用配分法の概要

本配分法の概要を図－1に示す．合意形成型費用配分法は，可能投資限度額 E_i と委員会の総合評価値 F_i を D/G で内分したものとして定義されており，配分解は次式で表される．

$$X_i = \begin{cases} \left(1-\dfrac{D}{G}\right)*E_i+\dfrac{D}{G}*F_i & (if \quad E_i \geq F_i) \\ E_i & (if \quad E_i \leq F_i) \end{cases} \quad ---(1)$$

ここに，i は事業主体，N は事業主体数，E_i は可能投資額，F_i は重み費用であり，$G=\sum_{i\in N}\max\{E_i-F_i,0\}, D=\sum_{i\in N}E_i-F$ である．



図－1 合意形成型費用配分法の概要

(2)合意形成型費用配分法による配分解の考察

協力ゲームでは，共同事業の費用配分問題における費用関数は劣加法性の条件の基で，式(2)の個人合理性，式(3)の提携合理性，式(4)の全体合理性による解集合であるコア(Core)が定義される．

$$x_i \leq v(i) \quad ----(2),\ \sum_{i\in s} x_i \leq v(s) \quad ----(3),\ \sum_{i\in N} x_i = v(N) \quad ----(4)$$

ここに，x_i は配分解，$v(i)$ は単独の費用，$v(s)$ は提携による共同費用，$v(N)$ は全体事業費を表す．

合意形成型費用配分法において，重みベクトルの値が個人合理性基準を上回るプレイヤーが，一人か二人かの違いによって配分解がどのような特性の違いを示すかを把握するため，以下の3ケースを設定し配分解を求める．

Case1：全てのプレイヤーにおいて $F_i \leq E_i$ の場合．

Case2：一人のプレイヤーが $F_i \geq E_i$ の場合．$(i=1)$

Case3：二人のプレイヤーが $F_i \geq E_i$ の場合．$(i=2,3)$

表－1　配分解 x_i の計算式

	X(1)	X(2)	X(3)
Case 1	F1	F2	F3
Case 2	E1	(1-D/G)*E2+(D/G)*F2	(1-D/G)*E3+(D/G)*F3
case 3	F-(E2+E3)	E2	E3

表－1は各ケースにおける配分解の計算式であり，図－2に配分解の特性を概念的に示す．本配分法から得られる配分解は，重みベクトル自信が個人合理性を満足する場合は，その重みベクトルの値のままである．一方，重みベクトルの値が個人合理性を上回る場合 $(F_i > E_i)$ は，全体合理性が確保されている限りにおいて，事業参加者が妥当投資額以上の支出を行うことはないから，配分解は個人合理性の線上，または2者の交点にシフトする．

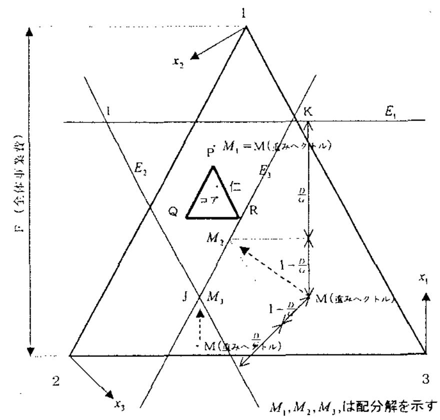
3．コアと配分解のゲーム論的考察

委員会の評価値である重みベクトルが協力ゲームを形成しない，つまりコアの中にない場合の配分解の求め方として，下記のような３通りの配分方法を考案し，配分解の比較を行った．

Ｉ．M.C.R.S.法　（最少費用残余便益法）

$\min\{E_i, F_i\}$を分離費用 $x_{i\min}$ とする．全体事業費 $v(N)$ と分離費用の総和$(\sum_{i\in N} x_{i\min})$との差を非分離費用（NSC）とし，これを次式に示すように，各事業主体ごとに投資限度額 $x_{i\max}=\max\{E_i,F_i\}$ と分離費用 $x_{i\min}$ の差によって配分し，配分解とする方法．

$X_i = x_{i\min} + \beta_i * (NSC)$



図－２　配分解 x_i の特性図

ここに，$\beta_i = (x_{i\max} - x_{i\min}) / \sum_{i\in N} [x_{i\max} - x_{i\min}]$,　$NSC = v(n) - \sum_{i\in N} x_{i\min}$　$x_{i\max} = \max\{F_i, E_i\}$,　$x_{i\min} = \min\{F_i, E_i\}$，である．

II．仁（Nucleus）の考え方による配分解

個人合理性基準を $v'(i) = \max\{F_i, E_i\}$ と定義し直し，それに伴い変化する提携合理性基準 $v'(s)$ との差の min max 値 $X_i = \min_{x_i \in A^*} \max_{s} \left\{ \sum_{i\in s} x_i - v'(s) \right\}$ を配分解とする方法．数値解は，以下のＬＰを解くことによって求められる．　$\min\ \mu,\quad subject\ to\ \ x_i \le v'(i) + \mu,\ \sum_{i\in s} x_i \le v'(s) + \mu,\ \sum_{i\in N} x_i = v(N)$

III．ナッシュ解の考え方による配分解

$v'_{(i)} = \max\{F_i, E_i\}$ と配分解 x_i との差の積が最大となるような値(ナッシュ解)を配分解とする方法．

$X_i = \max_{x_i \in A^*} \left\{ \prod_{i\in N} (v'_{(i)} - x_i):\ \ s.t.\ \ x_i \le v'_{(i)} \right\}$

試算は，以下のような設定のもとで行っている．各方法による配分解の計算結果を表－２に示す．なお，表中にはコアに左右されない配分解である Shapley 値を別途計算し掲載した．

$E_1 = 80 \quad E_2 = 60 \quad E_3 = 30$

$F_1 = 11.0 \quad F_2 = 11.0 \quad F_3 = 88.0 \quad \sum_{i\in N} F_i = 110.0$

$v(1,2) = 84.0 \quad v(1,3) = 100.3 \quad v(2,3) = 88.8 \quad v(N) = 110.0$

表－２　重み費用 F_i を考慮した配分解

プレイヤー	1	2	3
Shapley値	39.7	23.9	46.3
合意形成型配分法	44.9	35.1	30.0
I．M.C.R.S法	33.8	27.1	49.1
II．仁(Nucleus)	50.6	34.6	24.8
III．ナッシュ解	40.7	20.7	48.6

4．まとめ

合意形成型費用配分解と仁，Shpley 値，M.C.R.S.法，ナッシュ解の考え方による配分解の間には，個人合理性基準 $v(i)$ で囲まれる領域が比較的コンパクトであり，かつ重みベクトルとの差が大きな状況下においては一定の関係が認められるが，一般的な状況における関係までは確認されていない。今回の数値解析の例では，合意形成型費用配分解は，重みベクトルの値 F_i が個人合理性基準 $v(i)$ を上回る場合でも，Shapley 値やナッシュ解の考え方による配分解程には重みベクトルに向かってシフトしないことが確認されている．

よって，合意形成型費用配分解は，個人合理性を確保しながらコアとナッシュ解の中間に位置する安定した配分解であると考えられる。

参考文献：

1）藤村秀樹，溝上章志，柿本竜治，：合意形成型費用配分モデルに関する研究，土木計画学研究・論文集，No. 14，pp35-42，1997.9