高次有限要素を用いた地下空間開発による地盤変動の解析モデル

九州東海大学工学部　学生員　柏木 良介
九州東海大学工学部　学生員　立石 英憲
九州東海大学工学部　正会員　鹿田 光一
九州大学工学部　正会員　江崎 哲郎

1、はじめに

地下空間開発の周辺地盤への影響、すなわち、掘削等による応力状態の変化、それに伴う空洞の変形の影響は、その深度が大きく、固結度が高い地盤においては、図1のような伝播特性を有することが知られている[1)]。このため、既存の地下施設への影響および相互作用、既設の地上施設に与える影響、将来地上施設が新設される場合の影響、地下水・地盤環境への影響の評価に際しては、非常に広い領域が解析すべき対象となる。従って、この非常に大きな解析領域を取り扱うのに適した効率的な解析モデルが必要となる。

このため、著者らは地下空間開発の周辺地盤への影響を評価し得る解析モデルの一アプローチ法として、高次有限要素を用いた実用解析モデルの適用可能性の検討を行ってきた[2)]。本研究においては、更に高次の要素についての剛性マトリクスを構築すべく、2次8節点要素に関する剛性マトリクス計算モジュールを新たに再構築し、その理解を図るとともに精度の検討を行った。

2、地下空間開発に伴う地盤変動解析モデル

2．1　要素剛性マトリクスの構築[3)]

広い解析領域のモデル化手法としては、準三次元法の適用[4)]、有限要素法の効率化、および、境界要素法の実用化などが考えられる。この内、有限要素法は地盤の諸問題に対して極めて有効な解析法であるが、そのモデル化においては、有限要素を用いて解析領域を非常に密に分割する必要があり、さらに解の精度を改良しようとすると要素分割をより細分化することが一般的になされている[5)]。これは、地下開発の影響を検討する事を目的とするため、半無限を想定した解析領域、工事の進展に従って変化する空洞形状、安定性検討のための形状の修正・変更が条件となるような場合、実問題への適用性は低い。このため、本研究においては、2次8節点要素(図2)に対する要素剛性マトリクス計算モジュールを新たに構築することを試みた。

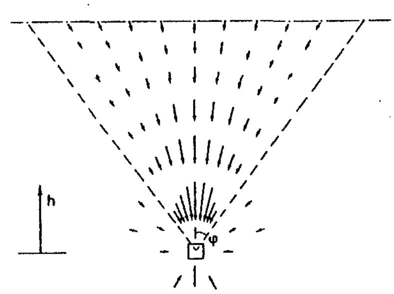

図1　地盤内変位の伝播特性

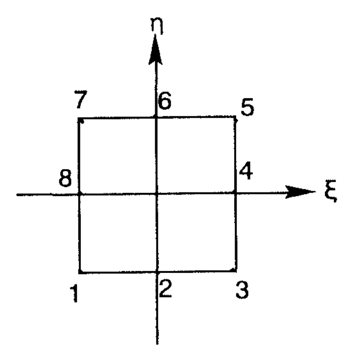

図2　基準要素（ξ－η空間）

従来、2次元の有限要素形状関数については Lagrange の補間多項式より得られる1次元形状関数の積として表わされる事が一般的であった。この Lagrange 要素形状関数が有する特徴として2次要素で4次、3次要素で6次の項が現れるばかりか、低次項が欠落することが式(1)より明らかである。

$$N_l^e = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{l-1})(x-x_{l+1})\cdots(x-x_p)}{(x_l-x_0)(x_l-x_1)\cdots(x_l-x_{l-1})(x_l-x_{l+1})\cdots(x_l-x_p)} \tag{1}$$

このため、Serendipity 要素形状関数が用いられるようになり、近似多項式の基底として2次要素で3次、3次要素で4次までの項で構成されている。この導出においては経験則的に1変数の多項式に別の変数の1次式を書ける事が一般的である。しかし

ながら基底項が下記のように明らかである[6)]ので、

$$\langle P \rangle = \langle 1 \quad \xi \quad \eta \quad \xi^2 \quad \xi\eta \quad \eta^2 \quad \xi^2\eta \quad \xi\eta^2 \rangle \quad (2)$$

一般化変数{a}を仲立ちさせ、式(3)のように基準要素上の節点値を表わす事が出来る。

$$u(\xi) = \langle P(\xi) \rangle \{a\} \quad (3)$$

一般化変数と実要素上の節点値との関係式より基準要素上の関数値が実要素の節点値を用いて表現可能となる。

$$u(\xi) = \langle P(\xi) \rangle [P_n]^{-1} \{u_n\} \qquad \because \quad u(\xi,\eta) = u(x(\xi), y(\eta)) \quad (4)$$

各辺の中間点､および角点に関する形状関数は式(5)の様に導出が可能となる（N_1は角点：節点1、N_2は中間点：節点２に関する例）。

$$N_1 = \frac{-(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta)}{4} \qquad N_2 = \frac{(1-\xi^2)(1-\eta)}{2} \quad (5)$$

これより実要素に関する領域積分が基準要素座標系において可能となる。

$$[k] = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} [B]^T [D][B] \det(J) d\xi d\eta \quad (6)$$

ただしdet(J)はヤコビアンマトリクス[J]の行列式。

２．２ 解析結果および考察

線形要素を用いるよりも粗な要素構成において精度の検討を行った。検討のために用いた解析モデル(要素数4、節点数21)を図３に示す。

側圧係数:k=0.5の応力状態において、 Kirsch解析解および境界要素法による応力に関する結果との比較検討を行った。ＢＥＭについては、ＦＥＭのモデル境界と同じ節点を用い、１次元線形要素のみにより要素分割を行った。表１に解析解に対するＦＥＭおよびＢＥＭによる応力の誤差を示す。ここでの誤差は、解析解と数値解の差の絶対値を解析解で除したものである。ＦＥＭにおいてはすべての節点ｸﾞﾙｰﾌﾟについて比較的大きな誤差が生じており、特にY軸方向の節点について顕著である。これは、Y軸方向の節点間においてひずみの分布が比較的大きな変化を呈している事を示し、解析モデルの要素分割に対し要素の次数が適切でない事が分る。

３、結言

本研究においては、更に高次の要素についての剛性マトリクスを構築すべく、２次８節点要素に関する剛性マトリクス計算モジュールを新たに再構築し、その理解を図るとともに、既成モジュールと同一精度を得るに至った。本プロセスを元に次段階へ検討を進める事を予定している。

また、精度の検討を通じて、境界要素法の高適用性、高精度が示され、今後、地盤問題への実用化を継続して検討する。

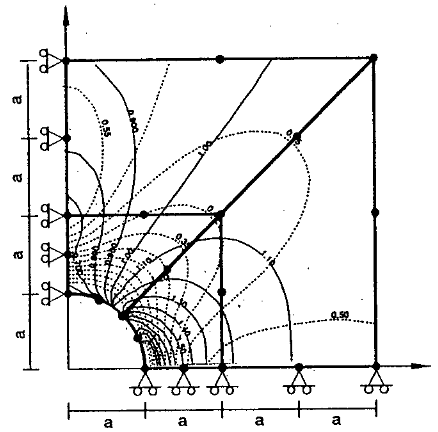

図３　解析モデル

表１　応力に関する精度比較

	誤差		
	X軸方向	Y軸方向	内部(内点)
ＢＥＭ	0.02659	0.02407	0.05863
ＦＥＭ	0.05829	0.21463	0.13877

参考文献

1)H. Kratzsch(1983):Mining Subsidence Engineering, Springer-Verlag, pp. 62-91.

2)原田務、清田善雅 他(1997):地下開発に対する地盤変動解析システムのあり方について、土木学会西部支部研究発表会講演概要集, pp. 612-613

3)G. Dhatt, G. Touzat(1984):The Finite Element Method Displayed, New York, Wiley & Sons Ltd., pp. 271-280.

4)江崎哲郎 他(1994):地下開発に関連した地盤環境の予測及び評価のための解析手法, 土木学会地下空間利用シンポジウム, PP. 65-72.

5)O. C. Zienkiewicz, Y. K. Cheung(1967):The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, McGRAW-HILL, pp. 26-45.

6)O. C. Zienkiewicz, K. Morgan(1983):Finite Elements and Approximation, Wiley, pp. 164-167.