

没水構造物と斜入射波の干渉解析

九州大学工学部
九州大学工学部

学生員○藤原研三 学生員 山城 賢
正会員 吉田明徳

1 まえがき

海底地形や潜堤構造物などによって、水深が急激に変化する海域を進行する波は、たとえ微小振幅波であっても、水面境界条件の非線形性より高次のオーダーの周波数成分（自由波）が励起することが知られている。著者らは、これまでに2次元問題について、不規則波と構造物との2次のオーダーまでの非線形干渉についての解析法を提示し、水槽実験によってその妥当性を確かめた。

しかし、実際の波浪場は、方向スペクトルを有する不規則波から成るため、現象はさらに複雑である。

そこで、本研究では、任意のスペクトルを有する不規則波と3次元構造物との非線形干渉を、簡潔にかつ精度良く推定できる理論解析法の開発を目的とし、その第一段階として単一周波数成分波が無限長の没水構造物に入射する場合の解析を試みた。

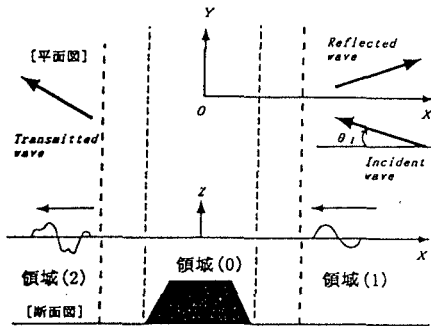


図1: 定義図

2 理論解析の概略

図1に示すように、水深 h の海域に任意形状の没水構造物があり、長さは無限長とする。座標系を、潜堤上の静水面に原点 O 、静水面上でかつ潜堤に対し垂直方向に x 軸、潜堤の長さ方向に y 軸、鉛直方向に z 軸をとり、1次のオーダーの角周波数 σ_1 のストークス波が、 x 軸の負の方向と θ_1 の角度をなして入射する場合を考える。流体運動は、非圧縮で非粘性の完全流体による無渦運動と仮定すると速度ポテンシャル $\Phi(x, y, z, t)$ は、以下のように表せる。

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \phi(x, z) e^{-iky \sin \theta_1} e^{i\sigma t} \quad (1)$$

また、速度ポテンシャル Φ がラプラス方程式を満足することより、任意の x, z 面でのポテンシャルの変動を表す関数 $\phi(x, z)$ は次のヘルムホルツの方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \phi^{(2)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^{(2)}}{\partial z^2} - k^2 \sin^2 \theta_1 \phi = 0 \quad (2)$$

ここで、速度ポテンシャル $\Phi(x, y, z, t)$ が、微小パラメータ $\epsilon (= k\zeta_0)$ で次のように展開できるものと仮定する。

$$\Phi = \frac{g}{k\omega} \left(\epsilon \varphi^{(1)}(x, y, z, t) + \epsilon^2 \varphi^{(2)}(x, y, z, t) + \dots \right) \quad (3)$$

ただし、上式中の k, σ, ζ_0 は、それぞれ、入射波の波数、角周波数、振幅である。

自由表面境界条件より、1次のオーダーのポテンシャル $\varphi^1(x, y, z, t)$ は次のように表せる。

$$\varphi^{(1)}(x, y, z, t) = \text{Re} \left[\phi_1^{(1)}(x, z) e^{-i\lambda_1 y} e^{i\sigma_1 t} \right] \quad (4)$$

ただし、 $\lambda_1 = k_1 \sin \theta_1$

このとき、2次のオーダーのポテンシャル $\varphi^{(2)}$ に関する水面境界条件は、以下のように表される。

$$\left\{ \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial t^2} \right\} - \frac{\sigma}{g} \frac{\partial Q^{(2)}}{\partial t} = \text{Re} \left[\Omega_{11}(x) e^{-i\lambda_{11} y} e^{i\sigma_{11} t} + \Pi_0(x) \right] \quad (5)$$

ただし

$$\Omega_{11}(x) = -\frac{i}{2k} \left[\frac{\sigma_{11}}{\sigma} \left\{ \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 - \lambda_1^2 \phi_1^2 \right\} + \frac{\sigma_1}{\sigma} \phi_1 \left\{ \frac{\sigma_1^2}{g} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} \right\} \right]_{z=0} \quad (6)$$

$$\Pi_0(x) = -\frac{i}{2k} \left[\frac{\sigma_1}{\sigma} \phi_1 \left\{ \frac{\sigma_1^2}{g} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} \right\} \right]_{z=0} \quad (7)$$

式(5)より2次のオーダーのポテンシャル $\varphi^{(2)}(x, y, z, t)$ は次の形に表せる。

$$\varphi^{(2)}(x, y, z, t) = \text{Re} \left[\phi_0^{(2)}(x, z) + \phi_{11}^{(2)}(x, z) e^{-i\lambda_{11} y} e^{i\sigma_{11} t} \right] \quad (8)$$

ただし $\lambda_{11}, \sigma_{11}$ は、それぞれ $2\lambda_1, 2\sigma_1$ を意味し、 θ_1 は入射波の波数 k_1 とは無関係に $(-\pi/2 < \theta_1 < \pi/2)$ の任意の値を取る。なお、定常成分 $\phi_0^{(2)}(x, z)$ は2次のオーダーまでの水面波形や圧力には寄与しないから、 $\phi_{11}^{(2)}(x, z)$ についてのみ取り扱う。

2.1 領域(1),(2)のポテンシャル関数の一般解 3 計算結果

構造物近傍での停止散乱波が無視できる程度に仮想の境界面(図1、 $x = \pm b$)を離して取り、これらの仮想境界面で流体域を(0)、(1)、(2)の3領域に分割すると、開領域(1)には入射波と反射波、領域(2)には、通過波の進行波のみが存在する。領域(1)を例にとると1次のポテンシャル関数 ϕ_1 は、以下のように表せる。

$$\phi_1(x, z) = \{a_1 e^{ik_1 \cos \theta_1 x} + A_1 e^{-ik_1 \cos \theta_1 x}\} Z(k_1, z) \quad (9)$$

ただし、 k_1 は、角周波数 σ_1 についての分散方程式で決まる入射波の波数、 $Z(k_1, z) = \cosh k_1(z+h)/\cosh k_1 h$ を表し、 a_1 、 A_1 はそれぞれ入射波の振幅と位相を表す複素係数、反射波を表す複素係数である。2次のポテンシャル関数 $\phi_{11}^{(2)}$ については反射側領域(1)、通過側領域(2)における水面境界条件(5)を満足するヘルムホルツの方程式(2)の一般解が、次式のように導ける。(10)式中、初項が自由波、残りの項が拘束波に関する項を意味している。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{11}^{(2)} &= A_{11}^{(2)} Z(k_{11}^{(2)}, z) e^{-i\alpha_{11}^{(2)} x} + i b_{s1} a_1 A_1 \\ &+ i a_{s1} \{a_1^2 e^{i\alpha_{11} x} + A_1^2 e^{-i\alpha_{11} x}\} Z(k_{11}, z) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

なお、 $k_{11}^{(2)}$ は2倍周波数 $2\sigma_1$ に対する分散方程式より得られる波数で、 k_{11} 、 α_{11} は、それぞれ $2k_1$ 、 $2k_1 \cos \theta_1$ を意味する。 a_{s1} 、 b_{s1} は k_1, σ_1, θ_1 によって定まる定数、 $A_{11}^{(2)}$ は反射波を表す複素係数である。また、 $Z(k_{11}^{(2)}, z), \alpha_{11}^{(2)}$ は次式を意味する。

$$\left. \begin{aligned} Z(k_{11}^{(2)}, z) &= \frac{\cosh k_{11}^{(2)}(z+h)}{\cosh k_{11}^{(2)} h} \\ \alpha_{11}^{(2)} &= \sqrt{(k_{11}^{(2)})^2 - \lambda_{11}^2} \end{aligned} \right\}$$

2.2 斜入射波のグリーン公式と連立一次方程式

グリーンの定理によれば図1に示すような閉領域(0)における調和関数 $\phi(X)$ に関して次式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \phi(X) &= \frac{1}{\alpha} \int_D \left\{ \phi(X_b) \frac{\partial}{\partial \nu} K(\lambda_1 r) \right. \\ &\quad \left. - K(\lambda_1 r) \frac{\partial}{\partial \nu} \phi(X_b) \right\} ds \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ただし、 $K(\lambda_1 r)$ は変形ベッセル関数で、斜め入射の場合の支配方程式(2)の基本解として与えられる。 r は領域内の任意点 $X = (x, z)$ と境界線上の点 $X_b = (x_b, z_b)$ との間の距離で、 α は、 π 、 2π の値を取る。境界 D を N 個の小要素 ΔS_j に分割し、要素上での ϕ を一定として式(11)を離散化したものに、水面境界条件、構造物表面の不透過境界条件および仮想境界面での境界条件を用いると、各ポテンシャル関数毎に要素上のポテンシャル関数値と仮想境界面上の未知量(A_1 、 $A_{11}^{(2)}$...等)に関する連立一次方程式が得られる。まず1次のオーダーの解を求め、ついでこれを用いて2次のオーダーの解を求める。

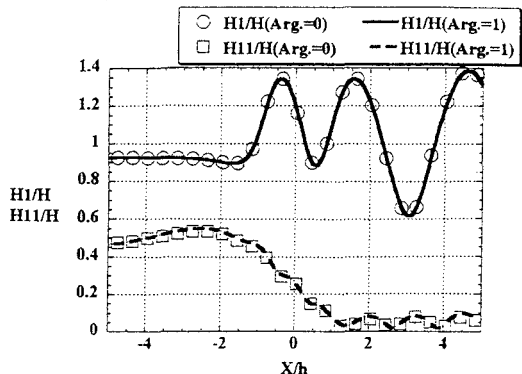


図2: 波高分布

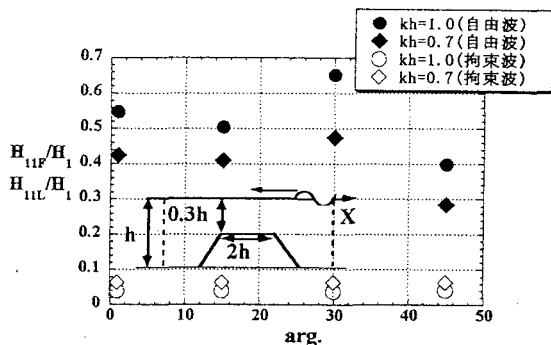


図3: 振幅比

理論解の妥当な事を検証するために、本解析法において、入射角を $\theta_1 = 1^\circ$ に設定して計算を行い、既に解が得られている $\theta_1 = 0^\circ$ の垂直入射の場合の解と比較した。その結果を、図2中で1次と2次のオーダーの波高分布について示した。

図中、プロットで示したのが対数関数 $\log r$ を核関数とする垂直入射の場合のグリーン公式を用いた場合の結果で、実線、点線で示したのが本解析法において $\theta_1 = 1^\circ$ と設定した場合の結果である。両者は良く一致しており、本解析法は、妥当な解を与えているものと考えられる。

ついで、本解析法を用いて入射角 θ_1 を $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ の3通りに変化させて計算を行って、2倍周波数成分波の入射角による変化を調べた。その結果を潜堤背後の通過波における1次のオーダーの波の振幅 H_1 に対する2次のオーダーの波(自由波 H_{11F} 、拘束波 H_{11L})の振幅の比について図3に示した。入射角によって振幅の比は変化し、入射角が 30° の場合には垂直入射の場合よりも振幅比が大きく、2次のオーダーの波が相対的に大きくなるのがわかる。

参考文献

1. 吉田明徳ら(1994):2成分ストークス波と構造物との非線形干渉解析法. 第41回海岸工学講演会論文集, pp.736 ~ 740