

不透過性水制まわりの流れの数値解析

九州工業大学工学部 学生員 ○重枝 未玲、山口 学、有田 由高
同 上 正 員 秋山 壽一郎、浦 勝

1. はじめに

本研究は、Jameson の人工粘性と 4 ステップ・アルゴリズムを組み込んだ MacCormack 法に基づく平面 2 次元非定常流数値モデル¹⁾に、乱れの拡散効果を考慮することによって、不透過性水制まわりの流れに対する適用性について定量的に調べたものである。

2. 数値モデル

a) 渦動粘性係数 ν_t

水制の下流側では剥離せん断層が生じ、そこでは、主流速 u が横断方向へ大きく変化する。このような流れにおいては、せん断応力 τ_{xy} (x, y はそれぞれ流下方向および横断方向) が大きくなり、横断方向の乱れの拡散に重要な役割を果たす。一般に、せん断力 τ_{xy} は次式のように表わされる。

$$\frac{\tau_{xy}}{\rho} = -\overline{u'v'} = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (1)$$

ここに、 u, v は x, y 方向の平均流速、 $-\overline{u'v'}$ は横断方向の Reynolds 応力、 ν_t は渦動粘性係数である。

剥離せん断流での 2 次元流における渦動粘性係数 ν_t を式(2)のように表現する。ここで式(2)中の $\gamma x |\Delta u_{\max}|$ は流下方向の ν_t の最大値、 $\partial(u/|u_{\max}|)/\partial(y/b)$ は横断方向の ν_t の分布を表わす。ただし簡単のため、本研究では横断方向の ν_t の分布は考慮していない。さらに、 ν_t は底面せん断応力にも依存するので、 ν_t を式(3)のように表示する。

$$\nu_t = \gamma x |\Delta u_{\max}| \partial(u/|u_{\max}|)/\partial(y/b) \quad (2); \quad \nu_t = \gamma' x \Delta u_{\max} + \kappa/6 u_* h \quad (3)$$

ここに、 γ は係数、 x は水制先端から測った流下距離、 $|\Delta u_{\max}|$ は各横断面における最大流速差、 b は水制長、 κ はカルマン定数、 u_* は摩擦速度である。

b) 乱れの影響を考慮した 2 次元浅水流方程式

乱れの影響を考慮した数値モデルの基礎式を以下に示す。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} + S = 0 \quad (4) \quad \text{ここに、} \quad U = \begin{pmatrix} h \\ uh \\ vh \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} uh \\ u^2 h + 0.5gh^2 \\ uvh \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} vh \\ uvh \\ v^2 h + 0.5gh^2 \end{pmatrix}; \quad G_x = \begin{pmatrix} 0 \\ -\nu_t \frac{\partial uh}{\partial x} \\ -\nu_t \frac{\partial vh}{\partial x} \end{pmatrix}; \quad G_y = \begin{pmatrix} 0 \\ -\nu_t \frac{\partial uh}{\partial y} \\ -\nu_t \frac{\partial vh}{\partial y} \end{pmatrix}; \quad S = \begin{pmatrix} 0 \\ -gh(S_{0x} - S_{fx}) \\ -gh(S_{0y} - S_{fy}) \end{pmatrix} \quad (5)$$

ここで、 h は水深、 g は重力加速度、 S_{0x}, S_{0y} は x, y 方向の水路床勾配である。また、 S_{fx}, S_{fy} は x, y 方向の摩擦勾配であり、それぞれ次式のように与えられる。 n は Manning の粗度係数である。

$$S_{fx} = n^2 u \sqrt{u^2 + v^2} / h^{4/3}; \quad S_{fy} = n^2 v \sqrt{u^2 + v^2} / h^{4/3} \quad (6)$$

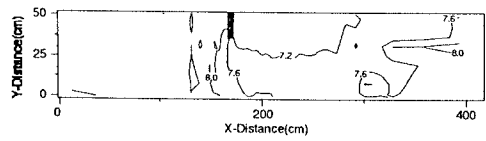
3. 解析結果

実験条件を表 1 に示す。計算条件としては、上流端は開境界とし、下流端は水深を与えた。側壁の境界条件は slip 条件とした。計算で用いた諸条件は、 $n=0.01$ 、クーラン数 $C_r=0.95$ 、格子間隔 $\Delta x=\Delta y=0.05\text{m}$ 及び人工粘性 $k=0.10$ である。水制まわりの水深 h 、流速ベクトル (u, v) 、フルード数 F_r を実験値と比較したものを図 1、2、3 に示す。ただし、(A)は実験結果、(B)は乱れの影響を考慮しない計算結果、(C)は乱れの影響を考慮した計算結果である。

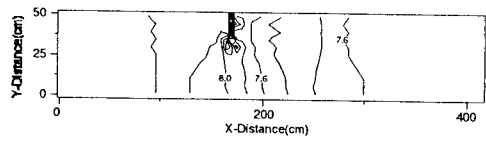
実験値と計算値とを比較すると、等水深図については、 $v_t \neq 0$ としたモデルの方が明らかに再現性が高いことが認められる。しかし、本研究では v_t の横断方向分布を考慮していないため、両者はさほど一致しているとは言えないようである。従って、 v_t の横断方向分布を考慮するなどの改善の余地があると思われる。一方、流速ベクトル図、等フルード数は、 $v_t \neq 0$ としたモデルの方が明らかに再現性が高いことが分かる。

表 1 実験条件

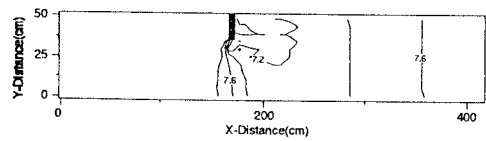
水路長	(m)	20.5
水路幅	(m)	0.5
水路床勾配		0.00744
流量	(m^3/s)	0.0100
水制長	(m)	0.15
水制幅	(m)	0.05



(A) 実験結果

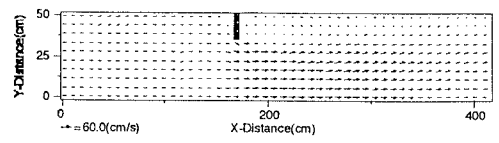


(B) 計算結果 ($v_t = 0$)

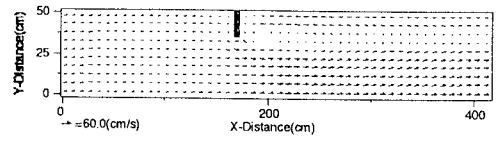


(C) 計算結果 ($v_t \neq 0$)

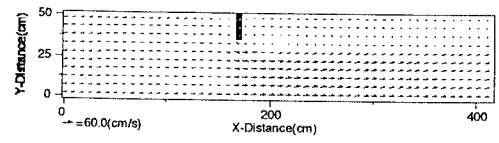
図 1 等水深図



(A) 実験値

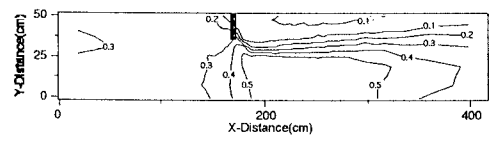


(B) 計算結果 ($v_t = 0$)

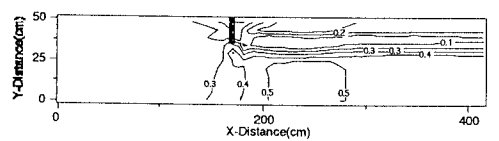


(C) 計算結果 ($v_t \neq 0$)

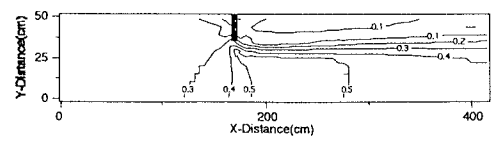
図 2 流速ベクトル図



(A) 実験結果



(B) 計算結果 ($v_t = 0$)



(C) 計算結果 ($v_t \neq 0$)

図 3 等フルード数

参考文献：(1) 秋山ら(1997)、水工学論文集、第 42 巻。