

内水排除における逐次最適制御に関する考察

九州大学工学部 学生員 古賀達也 九州大学工学部 正会員 河村 明
九州大学工学部 正会員 神野健二 (株)建設技術研究所 正会員 中山比佐雄

1.はじめに

現在内水被害を減少させるために、ポンプと樋管・樋門を利用して内水排除が行われている。これまで内水排除のためのポンプは、設定された動作環境に基づいて運転されている。しかし、より効率的な運用を行うためには、実時間で得られる情報を基にポンプ流量を時々刻々と決定していく方法の方がより現実的で有効であると考えられる。著者らは既に、内水排除の逐次最適制御(Sequential Optimal Control;以後SOCとする)の第一段階として、内水地域を一つの水位で代表させる1ブロックモデルを取り上げ、定式化及びそれに基づくシミュレーションを行い、内水排除のための本手法の特性について検討を行っている¹⁾。この場合、樋管からの排水量は湛水域の湛水深の関数として表されるが、文献¹⁾のシミュレーションにおいては、差分時間間隔 Δt 内に湛水域へ流入する量を考慮せずに樋管排水量を算定したため、樋管排水量の変化がギザギザ状態となり現実的でなかった。そしてこの樋管排水量の変化がポンプの最適制御にも影響を及ぼした。そこで本報では、 Δt 内に湛水域に流入する量を補正項として考慮して樋管排水量を算定することにより同様のシミュレーションを行い、ポンプの逐次最適制御を改善する結果が得られたのでここにその特性と共に報告する。

2. 1ブロックモデルに対するSOCの定式化¹⁾

図-1に示す1ブロックモデルを考える。本モデルの連続の式は式(1)となる。ここに、 A :湛水面積(m^2)、 t :時間(sec)、 H :湛水深(m)、 h_d :地盤高(m)、 Q_{in} :流入量(m^3/s)、 Q_c :樋管排水量(m^3/s)、 Q_p :ポンプ排水量(m^3/s)、 R :雨量(m/s)である。ここでは湛水深 H とポンプ排水量 Q_p を決定変数として内水排除操作の評価関数(コスト関数)を式(2)で定義する。ここに、 k :時点、 T :制御時点数、 λ_1 :水深に対する重み係数($1/m$)、 λ_2 :ポンプ排水量に対する重み係数($1/m^3/s$)である。ここで、式(2)を最小にする H 及び Q_p を求めることを考える。この場合式(1)の連続の式を時間刻み Δt で単純差分すると、 $\tau=0\sim T$ に関して式(3)の等号の制約条件が成立する。また H 及び Q_p に対して式(4)の制約条件を考える。ここに、 P_{max} :ポンプ最大排水量(m^3/s)。さらに式(3)中の Q_c は H の関数で、式(5)で表される。ここに、 C_c :樋管流量係数、 A_c :樋管断面積(m^2)、 g :重力加速度(m/s^2)、 h_r :本川水位(m)、 U :ステップ関数。なお、式(5)中の $\Delta H(k+\tau)$ が差分時間間隔 Δt 内に湛水域へ流入する量を考慮する補正項であり、式(6)で算定する。

以上、本最適制御問題では式(3)～(6)の制約条件のもとで、式(2)の $Z(k)$ を最小化する $\Delta H(k+\tau+1)$ と $Q_p(k+\tau)$ を逐次求めることになる。本シミュレーションでは、非線形計画法の解法としてSequential Quadratic Programming (SQP)を用いている。

3. 適用結果及び考察

2.により定式化されたSOCを、模擬発生データに適用して数値シミュレーションを行う。この場合 $\Delta t=600$ 秒(10分)とし、全時点 $N=50$ 時点分(約8時間)の流入量データ Q_{in} 、本川水位データ h_r を模擬発生させた(図

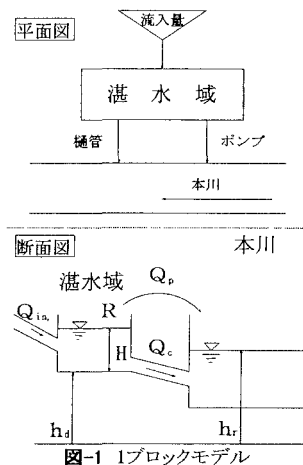


図-1 1ブロックモデル

$$A dH(t)/dt = Q_{in}(t) - Q_c(t) - Q_p(t) + AR(t) \quad (1)$$

$$Z(k) = \sum_{\tau=0}^T [\lambda_1 H(k+\tau+1) + \lambda_2 Q_p(k+\tau)] \quad (2)$$

$$H(k+\tau+1) = H(k+\tau) + R(k+\tau)\Delta t + \{Q_{in}(k+\tau) - Q_c(k+\tau) - Q_p(k+\tau)\}\Delta t/A \quad (3)$$

$$0 \leq H(k+\tau+1), \quad 0 \leq Q_p(k+\tau) \leq P_{max} \quad (4)$$

$$Q_c(k+\tau) = C_c A_c \sqrt{2g[H(k+\tau) + \Delta H(k+\tau) + h_d - h_r(k+\tau)]} \times U[H(k+\tau) + \Delta H(k+\tau) + h_d - h_r(k+\tau)] U[h_r(k+\tau) - h_d] + C_c A_c \sqrt{2g[H(k+\tau) + \Delta H(k+\tau)]} U[h_d - h_r(k+\tau)] \quad (5)$$

$$\Delta H(k+\tau) = Q_{in}(k+\tau) \times \Delta t/A \quad (6)$$

$$Z_a = \sum_{\tau=0}^N [\lambda_1 H(\tau+1) + \lambda_2 Q_p(\tau)] \quad (7)$$

-2(a), (b)参照)。そして $A=2.0 \times 10^5 (\text{m}^2)$, $h_d=1 (\text{m})$, $C_e=0.6$, $A_e=20 (\text{m}^2)$, $P_{\max}=2.0 (\text{m}^3/\text{s})$, 初期湛水深 $H(0)=0 (\text{m})$ と設定して逐次最適制御を行った。なお、雨量 $R=0$ とした。また、全時点 N に対するコスト関数 Z_a を式(7)で定義する。

図-2に、 $T=5$, λ_1 , λ_2 をそれぞれ $1.0 (1/\text{m})$, $0.015 (1/\text{m}^3/\text{s})$ とし $k=1 \sim (N-T)$ までSOCを適用した結果を示す。また本計算における非線形計画法の初期値としては、最初の1時点目は $H(\tau+1)=Q_p(\tau)=0 (\tau=0 \sim T)$ を与え、2時点目以降は前時点で作られた最適解を初期値とした。なお、各時点ごとに T ステップ先までの最適解が求まるが、实际操作においては現時点での操作量のみを採用しながら、逐次制御してゆくことになる。

図-2(a)より Q_c は時点 $k=12 \sim 27$ まで0となっているが、これは図-2(b)より、この期間においては h_r が $H+h_d$ を上回っているためである。時点27以降は本川水位が湛水位を下回り始めるので樋管を使って急激に排水している。樋管排水が行えない期間においては、ポンプのみを用いて排水し、その排水量 Q_p は最大の $P_{\max}=2.0 (\text{m}^3/\text{s})$ となっている。また、本報では式(6)の補正値を考慮することにより文献¹⁾に比べ樋管排水量の変化が滑らかに行われている。

次に、 T を変化させた場合の、式(7)の Z_a の変化及び要した計算時間 CT の変化をそれぞれ図-3、図-4のCase1として示している。また比較のため、 $H(\tau+1)$, $Q_p(\tau)$ の初期値として、2時点以降も0から出発して $H(\tau+1)$, $Q_p(\tau)$ の最適値を求めた場合をCase2として併記している。式(5)中の補正項 $\Delta H=0$ とした場合にはCase1とCase2で Z_a , CT の値に大きな変化を生じた¹⁾が、本例題では図-3、図-4のように初期値の与え方により余り変化は生じなかった。

次に、Case3, Case4はそれぞれポンプコストを考えずポンプを最大限稼働させる場合及びポンプを全く作動させない場合を示しているが、特にCase4は Z_a の値が非常に大きくなっている。

次に図-4より制御時点数 T を大きくすると、逐次最適計算を行う時点数の値は減少するものの、求めるべき決定変数の数が多くなるため、各時点での最適解の探索にそれ以上の時間を要し、結果として $T=35$ までは T の増大と共に、計算時間は指数関数的に増大する傾向にあるといえる。一方、 $T=35$ から50までは各時点での最適解の探索には時間を要するにも、逐次最適計算を行う時点数が減少するため計算時間は減少していった。

以上の結果より、コスト関数の値、計算時間及び流入量・本川水位の将来予測の可能性等を勘案し、本シミュレーションの場合、制御時点数 T としては5~10程度を設定するのがよいと考えられる。

4. おわりに

本報ではSOCにより内水排除の最適制御の特性が示された。また差分・時間間隔内の樋管排水量の補正項の効果が示された。今後非線形的に増加するコスト関数や、実用的な重み関数 λ_1 , λ_2 の設定が今後の課題と考えられる。

【参考文献】

- 1) 古賀達也, 河村明, 神野健二, 中山比佐雄: 内水排除における逐次最適制御について, 水工学論文集, 第42巻, 印刷中, 1998.

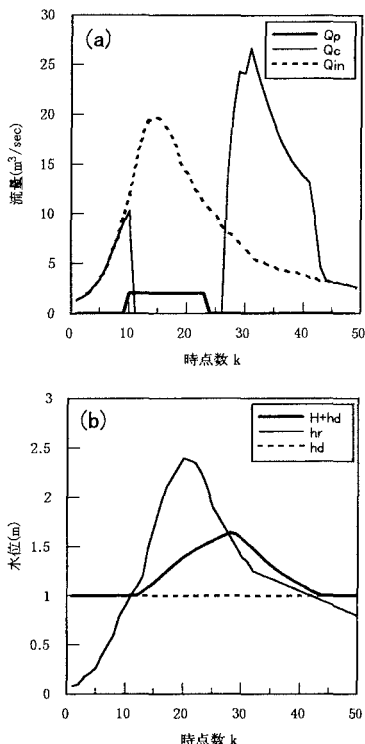


図-2 シミュレーション結果($T=5$, $\lambda_2=0.015$)

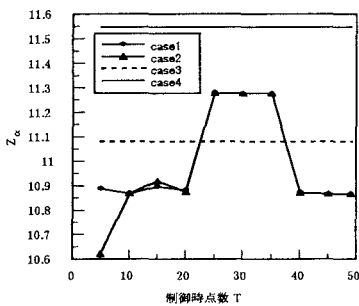


図-3 Z_a の変化

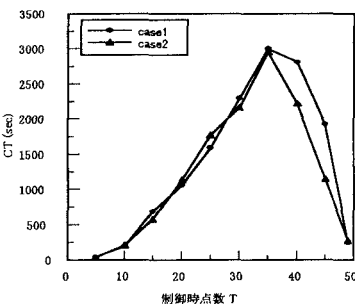


図-4 計算時間 CT