

平面2次元計算のための沈降性粒子の拡散堆積モデル

九州大学大学院 学生員 ○押川英夫 九州大学工学部 フェロー 小松利光 正員 矢野真一郎

1. はじめに 近年の電子計算機の飛躍的な発達により、対象場によっては3次元モデルを用いた流動・拡散の数値計算も行えるようになってきた。しかし計算領域の大きい非定常計算等では、依然として平面2次元モデルを用いた数値計算に頼らざるを得ない場合も多い。海域における埋め立てや浚渫等の海洋開発、土砂流による海域への土砂流出の問題等において、広範囲に渡る土砂の拡がりや堆積状況の平面分布の予測が必要とされる場合には、依然として平面2次元計算がよく用いられている。しかし、平面2次元計算では流速や拡散物質濃度等の鉛直分布に相似形が仮定されているため、鉛直方向の沈降現象が正確に評価されていないきらいがある。

本研究は平面2次元モデルを用いながらも、鉛直方向の現象である土砂の沈降・堆積を高精度に予測することが可能な拡散・堆積モデルの構築を目的としており、本報告では埋め立てに伴う土砂の海洋投棄等のように汚濁の発生源が水表面付近にある場合（以下、水表面投入と呼ぶ）についてのモデル化を行った。

2. 内容 (1) モデル化の方法および用いた条件 本研究で行われたモデル化におけるプロセスは、基本的には著者らが以前行った汚濁の発生断面における粒子の鉛直濃度分布が一樣と見なし得る場合（以下、一樣投入と呼ぶ）に用いた方法¹⁾と同様である。予め開水路定常流場において鉛直2次元モデルを用いて鉛直方向の現象が再現可能な拡散・堆積計算を行い、その計算から得た沈降・堆積現象の計算結果を水深平均モデルに取り込むことにより、平面2次元計算でも高精度に土砂の拡散・堆積予測ができるように改良を図るものである。

鉛直2次元拡散堆積計算の基礎式および計算条件はJobsonら²⁾に従い以下の式で与えられるものとした。

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} + V_s c \right) \quad (1)$$

ここに u は流下方向流速、 c は粒子の体積濃度、 $\varepsilon_x, \varepsilon_z$ はそれぞれ流下方向、鉛直方向の乱流拡散係数、 V_s は粒子の終局沈降速度である。境界条件は以下に示すように、水表面では濃度 flux = 0、また水底面に達した粒子の一部が堆積するものとしている。

$$\text{水表面 } (z=h): \varepsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} + V_s c = 0, \quad \text{水底面 } (z=0): \varepsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} + V_s (1-A)c = 0 \quad (2)$$

ここで A は底面吸収係数であり、水底部に達した粒子が底に堆積する確率($0 \leq A \leq 1$)を意味する。本研究では簡単のために A の流れや乱れとの関連性、局所性、非定常性は無視して定数で与えられるものとした。

Jobsonら²⁾に従い各変数を表-1に示すように無次元化すると、(1)式より以下に示すような無次元の鉛直2次元拡散方程式が得られる。その際、 ε_x にはその水深平均値を用いている。

$$\mu \frac{\partial c}{\partial X} = \left(\frac{\kappa u_*}{6\bar{u}} \right)^2 \frac{\partial}{\partial X} \left(\phi_x \frac{\partial c}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\phi_\eta \frac{\partial c}{\partial \eta} + V_s c \right) \quad (3)$$

流速分布は次式で表される対数分布則を仮定する。

$$\frac{u - \bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} (\ln \eta + 1) \quad (4)$$

ここに $\kappa=0.4$ を用い、流速係数は $\psi = \bar{u} / u_* = 10.0$ (海底摩擦係数で0.01)で一定とした。無次元鉛直拡散係数は放物線分布 $\phi_\eta = 6\eta(1-\eta)$ とし、無次元流下方向拡散係数 ϕ_x は、本研究の主な対象領域である水平方向に広い海域を想定し、一定値1000を与えた。沈降性粒子は上流端において最上層の格子の濃度を $c=1.0$ と固定して連続供給した。計算格子間隔は $\Delta X=0.002$ 、 $\Delta \eta=0.02$ として数値解析を行った。

表-1 各変数の無次元化

鉛直座標 $\eta = z/h$	鉛直方向乱流拡散係数
沈降速度 $V_s = V_{s0}/(\kappa u_* h/6)$	$\phi_\eta = \varepsilon_z / \bar{\varepsilon}_z = \varepsilon_z / (\kappa u_* h/6)$
流速 $\mu = u/\bar{u}$	流下方向乱流拡散係数
粒子供給点からの距離 $X = x\varepsilon_x / (h^2 \bar{u}) = \kappa u_* x / (6h\bar{u})$	$\phi_x = \varepsilon_x / \bar{\varepsilon}_x = \varepsilon_x / (\kappa u_* h/6)$
$(\kappa: \text{カルマン定数}, \bar{u}: \text{水深平均流速})$	
$\bar{\varepsilon}_x: \text{流下方向乱流拡散係数の水深平均値}, u_*: \text{摩擦速度}$	
$\bar{\varepsilon}_z: \text{鉛直方向乱流拡散係数の水深平均値}, h: \text{水深}$	

(2) 堆積モデルの概略 鉛直2次元拡散堆積計算で堆積厚を算出する際に用いられる堆積率 D は式(2)の水底面での境界条件より次式で表される。

$$D = V_s A_{\text{bottom}} \quad (5)$$

ここで、 c_{bottom} は底面直上の格子点の粒子濃度である。

粒子濃度が鉛直方向に非一様な分布を持つ影響を平面2次

元モデルによる土砂堆積量の計算に反映させるために、鉛直2次元計算から得られる堆積率 D を水深平均粒子濃度 $\bar{c}$ と沈降速度 V_s で正規化したものを無次元堆積速度 γ として次式で定義する。

$$\gamma = D / (V_s \bar{c}) \quad (6)$$

従って平面2次元モデルでは、単位面積当たり Δt 時間内に粒子が堆積する量は $\gamma V_s \Delta t \bar{c}$ で表される。

v_s と A を独立に変化させて鉛直2次元拡散堆積計算を行い、それぞれの γ の流下方向分布を求めた。得られた γ の流下方向分布の近似を試みた結果、一様投入の場合¹⁾と同様、 $\gamma(X) = a \tanh(bX) + d$ の曲線により統一的に表せることが分かった。近似曲線の振幅は $a = \gamma_{max} - \gamma_0$ 、切片は $d = \gamma_0$ 、また γ_{max} は $X \rightarrow \infty$ のときの γ の漸近値であり、 $\gamma_0 = \gamma(0)$ である。水表面投入の場合、粒子供給地点の c_{bottom} が0であるため、 γ_0 は常に0となる。bの決定には γ_{max} と γ_0 の中間値 $\gamma = (\gamma_{max} + \gamma_0)/2$ をとる点 X ($\equiv X_\gamma$)を用いた。その結果、 $b = \ln 3.0 / 2X_\gamma$ となる。 v_s と A により X_γ の定式化を試みた結果、次式で近似できることが分かった。

$$X_\gamma = (-2.08 \times 10^{-4} A^3 + 3.08 \times 10^{-4} A^2 - 9.39 \times 10^{-5} A - 5.34 \times 10^{-5}) v_s^2 + (1.37 \times 10^{-3} A^2 - 2.04 \times 10^{-3} A + 1.67 \times 10^{-3}) v_s^2 + (0.0150 A^3 - 0.0336 A^2 + 0.0228 A - 0.0117) v_s + (-7.53 \times 10^{-3} A^3 + 0.0151 A^2 - 9.29 \times 10^{-3} A + 0.151) \quad (7)$$

最後に、計算結果から v_s と A による γ_{max} の定式化を試み、次式を求めた。

$$\gamma_{max} = (0.920 A^5 - 2.35 A^4 + 2.13 A^3 - 0.784 A^2 + 0.0846 A) v_s^2 + (1.01 A^3 - 2.16 A^2 + 1.27 A + 4.59 \times 10^{-3}) v_s + (-0.512 A^3 + 0.754 A^2 + 0.762 A - 4.38 \times 10^{-3}) \quad (8)$$

近似の精度を確認するため、一例として $v_s = 1.0, A = 0.3$ の場合に上記の関係式から得られた近似曲線と数値計算から得られた γ の流下方向分布の比較を図-1に示す。近似式は無次元堆積速度 γ を高い精度で近似できている。

(3) 移流項補正係数 β の定式化 鉛直2次元モデルにおける移流fluxの水深平均値と水深平均モデルの移流fluxは、濃度と流速が鉛直方向に分布を持つために一般的には一致しない。そこで水深平均モデルの移流fluxを補正するため、次式で表される移流項補正係数 β を導入する。

$$\beta = \int_0^1 \mu(\eta) c(\eta) d\eta / (\bar{\mu} \bar{c}) \quad (9)$$

この β についても v_s と A をパラメータとして γ と同様の手法で近似を試みたところ、近似曲線は $\beta(X) = -a \tanh(bX) + d$ により精度良く表された。ここで、 $a = \beta_0 - \beta_{min}$ 、 $b = \ln 3.0 / 2X_\beta$ 、および $d = \beta_0$ である。 β_0 は $X=0$ での β の値であり、流速分布および供給点の鉛直方向濃度分布が境界条件として規定されているため、 $\beta_0 = 1.2475$ で一定である。また、 β_{min} は $X \rightarrow \infty$ での β の漸近値であり、 X_β は β_0 と β_{min} の中間値をとる点の X 座標である。 β_{min} および X_β についても γ と同様に定式化を行った結果、以下の2式が得られた。

$$\beta_{min} = (5.41 \times 10^{-3} A^3 - 8.86 \times 10^{-3} A^2 + 1.91 \times 10^{-3} A + 2.07 \times 10^{-3}) v_s^2 + (0.0672 A^3 - 0.173 A^2 + 0.169 A - 0.0828) v_s + (-0.0364 A^3 + 0.0834 A^2 - 0.0543 A + 1.01) \quad (10)$$

$$X_\beta = (7.26 \times 10^{-4} A^4 - 1.71 \times 10^{-3} A^3 + 1.33 \times 10^{-3} A^2 - 4.01 \times 10^{-4} A + 2.68 \times 10^{-5}) v_s^3 + (-6.73 \times 10^{-4} A^3 + 2.21 \times 10^{-3} A^2 - 1.44 \times 10^{-3} A + 5.61 \times 10^{-4}) v_s^2 + (7.69 \times 10^{-3} A^3 - 0.0156 A^2 + 5.50 \times 10^{-3} A - 3.81 \times 10^{-3}) v_s + (-5.69 \times 10^{-3} A^3 + 0.0107 A^2 - 6.51 \times 10^{-3} A + 0.102) \quad (11)$$

近似の精度を確認するため、一例として $v_s = 3.0, A = 0.1$ の場合に上記の近似曲線と数値計算から得られた β の流下方向分布の比較を図-2に示す。近似式により β は高い精度で近似されていることが分かる。

3. あとがき 埋め立て等の海洋工事に伴う汚濁の拡がりや堆積の予測を平面2次元モデルを用いて行なう際に、本研究で定式化された γ および β を用いることにより、粒子沈降による鉛直濃度分布の変化に起因する影響を、汚濁濃度や堆積厚の計算に反映させることが可能となった。

参考文献 1) 小松ら：沈降性粒子の平面2次元拡散堆積モデルの高精度化，海岸工学論文集，第44巻，pp.1026-1030，1997。

2) Jobson, H.E. and Sayre, W.W. : Predicting Concentration Profiles in Open Channels, Proc. ASCE, 96, HY.10, pp.1983-1996, 1970。

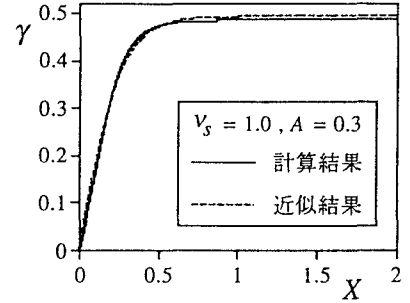


図-1 γ の計算結果と近似結果の比較

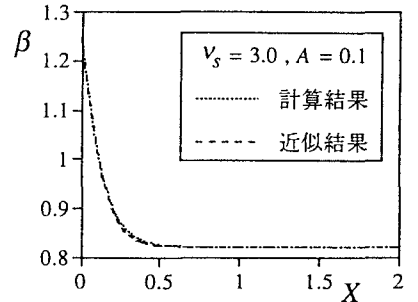


図-2 β の計算結果と近似結果の比較