非線形回帰を用いたレーダ定数の同定

九州大学工学部　学生員　○津嶋敏明
九州大学工学部　正　員　森山聡之
九州大学工学部　フェロー　平野宗夫

1．はじめに

雨量レーダによる降雨観測値は地上のアメダス雨量データの値と差が大きいことが多い。本研究では、九州南部レーダのデータを用いてレーダ反射因子から雨量強度へ変換するパラメータの同定手法として重み付き回帰法という非線形回帰を用いることにより雨量強度を計算し、建設省が用いている層別平均値法で求めた雨量強度と比較検討した。

2．指数関数の重み付き線形回帰法 [1]

はじめに、指数関数に対する回帰分析を線形分析で近似する一般的な場合を考える。$(X_i、Y_i)$,$(i=1,2,3,,,n)$ の n 対のデータを、$Y=pX^q$ の形の関数で回帰し、推定誤差の自乗和 $M_n=\sum_i (Y_i-pX^q)^2$ が、最小になるようにパラメータ p、q を最適化するとする。M_n を p、q で微分して、

$$\frac{\partial M_n}{\partial p}=\sum_i 2X_i^q(pX_i^q-Y_i) \qquad \frac{\partial M_n}{\partial q}=\sum_i -2p\log X_i X_i^q(-Y_i+pX_i^q) \qquad \ldots(1)$$

が得られる。ここで、

$$\frac{\partial M_n}{\partial p}=0,\ \frac{\partial M_n}{\partial q}=0 \qquad \ldots(2)$$

を満たす p、q が最適パラメータ p_0、q_0 である。また、すべての $(X_i、Y_i)$ について、

$$Y_i=(p_0+\delta p_i)X_i^{q_0} \qquad Y_i=p_0X_i^{q_0+\delta q_i} \qquad \ldots(3)$$

となる δp_i,δq_i を選ぶことができて、式（2）（3）を式（1）に代入し、δq_i が微小であると仮定して近似すると、

$$\sum_i \delta p_i X_i^{2q_0}=0 \qquad \sum_i ({}_iX_i^{q_0}\log X_i)^2\delta q_i=0 \qquad \ldots(4)$$

が得られる。一方、両対数をとって線形化した $logY=logp+qlogX$ について、p、q によらない重み関数 η を目的関数にかけて $M_l=\sum\eta(\log Y_i-\log p-q\log X_i)^2$ が、最小になるように線形回帰をおこなうことを考える。式（1）と同様に p、q で微分すると、

$$\frac{\partial M_l}{\partial p}=\sum_i\frac{2\eta}{p}(\log p-\log Y_i-\log X_i^q)\ 、\frac{\partial M_l}{\partial q}=\sum_i 2\eta\log X_i(q\log X_i-\log Y_i-\log p) \qquad \ldots(5)$$

となり式（5）に式（3）を代入すると、

$$\frac{\partial M_l}{\partial p}=\sum_i(-2\eta\frac{\delta p_i}{p_0^2}) \qquad \frac{\partial M_l}{\partial q}=\sum_i -2\eta\delta q_i(\log X_i)^2 \qquad \ldots(6)$$

となる。式（4）と式（6）を比較すると、$\eta=X_i^{2q_0}$ の時、式（4）を満たす p_0、q_0 は、式（6）も満たす。従って、$(logX_i,logY_i)$ に対して、$\eta=X_i^{2q_0}$ の重み付けをして線形回帰をおこなうことにより、$(X_i、Y_i)$ に対する。$Y=pX^q$ の形の非線形回帰の近似解が得られる。Z-R 関係に適用すると、レーダ反射因子 Z【$\mathrm{mm^6m^{-3}}$】と雨量強度 R【$\mathrm{mmh^{-1}}$】とは B、β を経験的パラメータとして $Z=BR^\beta$ という関係式で近似される。デシベルを単位に使用して $X_i=10logZ_i$、$Y_i=10logR_i$ と変換し、非線形効果のための重み関数 $\eta=X_i^{2q_0}$ を考慮して、計算する。一般には q_0 は未知であるため繰り返し計算が必要であるが、一変数であるため算定は容易となる。なお，重み付けは，大きな値の X_i を持つデータのサンプル数を疑似的に増やしていることに相当する。

2．重み付き線形回帰と層別平均値法の実データへの適用

ここでは、鹿児島県国見山（海抜９０２．２m）にある建設省九州南部レーダのデータをレーダ反射因子Ｚとし、それに対応するアメダス地点データ（４０地点）を雨量強度Rとして、９３年６月１０日から、９月６日までの８８日間のデータを用いた。

Ｚ－Ｒ変換定数は、建設省九州南部レーダの場合、層別平均値法では次の３段階を使用している。[2)]

B= 650.0 , β = 1.2　　R < 8.5 (mm/hour)

B= 1572.0 , β = 0.68　　8.5 ≦ R < 11.0 (mm/hour)

B= 125.0 , β = 1.6　　11.0 ≦ R (mm/hour)

これに対し本研究で使用した重み付き線形回帰法を用いてレーダ定数の同定をおこなうと、B=571 、β =1.54 という結果を得た。

3．結果の比較

対数値に対して単純に線形回帰を行った場合には、真数の誤差はきわめて大きくなる。この原因として、１）対数値を用いた回帰分析では強い反射強度に対する降水量の推定誤差を小さく見積もってしまうことがあり、さらには、２）降水観測では弱い反射強度のデータが多いことが、１）による誤差を増大させていると考えられる。図 1,.2,3 を見ても分かるとおり雨量強度の強さによって各同定手法で差異がみられる。この傾向を検討するために３つの評価指標でまとめてみた。

1．レーダによる降水強度 全データによる評価

2．レーダによる降水強度２０（mm/h）以上のデータによる評価

3．レーダによる降水強度 5 (mm/h)以下のデータによる評価

表１．各同定手法についての評価

	標準偏差			総降水量比		
評価指標	1	2	3	1	2	3
線形回帰	7.13	20.8	2.55	.770	.370	1.80
層別平均値法	21.6	23.8	3.00	1.62	1.43	1.06
重み付き線形回帰	6.02	15.0	2.13	.705	.609	.891

表１で標準偏差は０に近い程良く、総降水量比は１に近い程良い。総降水量比で一見よく推定されているのは、対数線形回帰法であるように見えるが、残差の標準偏差をみて分かるとおりかなり残差が大きく弱い降水量での過大評価と強い降水量での過小評価が相殺した結果である。重み付き線形回帰は、他の２つに比べると標準偏差が最も小さく、この３つの同定方法の中では一番よく推定されているといえる。

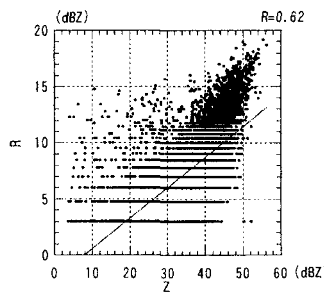

図１．線形回帰法

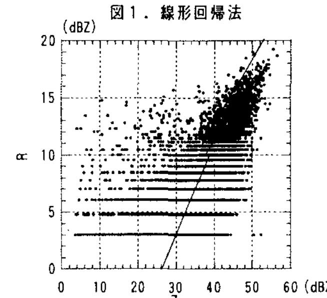

図２．層別平均値法

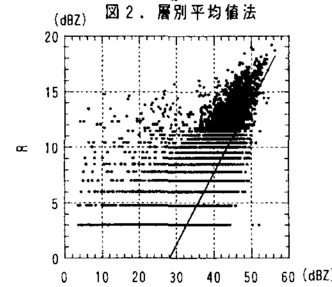

図３．重み付き線形回帰法

4．結論

本研究で行った重み付き線形回帰法で、九州南部レーダの同定を行った。その結果、建設省が採用している層別平均値法より精度の高い推定値が同定できたといえる。しかし、この観測データはばらつきが大きくその観測データ自体の信頼性を評価していくことが今後の課題である。

<参考文献>

1）虫明　功臣・沖　大幹：「レーダ定数の同定」、河川情報研究　NO.1、pp.１９－２６ 、（１９９３）

2）森山　聡之：「降水レーダを用いた水文現象の予測手法に関する研究」、九州大学 学位論文、（１９９３）