

外力の周波数特性を考慮した多自由度系の動吸振器の最適設計

長崎大学大学院○学生員 林英次郎

長崎大学工学部 正員 岡林隆敏

PAL構造(株) 正員 徐 建年

1. はじめに

構造物に設置された動吸振器の最適設計は、よく知られた古典的設計法により行うことができる。この方法では、対象となる構造物が1自由度系であり、外力は白色雑音を想定しているために、外力が周波数特性を有し、多自由度系の構造物に対する汎用性のある設計法を考える必要がある。本研究では、外力の周波数特性を考慮した5自由度系の構造物を対象にして、 H^2 ノルム法、 H^∞ ノルム法および古典的設計法による動吸振器の設計を行い、それぞれの動吸振器の有効性について検討した。外力は、金井・多治見型モデルを用いて、これを形状関数で成形して、非定常確率過程を構成した。

2. 構造-動吸振器系のモデル化

図-1のような不規則外力が作用する構造-動吸振器系について考える。基準座標ベクトル $q(t)$ と動吸振器の変位 $y_d(t)$ により、構造-動吸振器系の状態変数は

$$Y(t) = [q(t)^T \quad \dot{q}(t)^T \quad y_d(t) \quad \dot{y}_d(t)]^T \quad (1)$$

となる。このとき、構造-動吸振器系の状態方程式は次のように表すことができる。

$$\dot{Y}(t) = A_Y Y(t) + B_Y f(t) + B_{Yd} u(t), \quad Y(0) = Y_0 \quad (2)$$

3. 外力のモデル化

外力モデルは、金井・多治見のパワースペクトル密度を持つものとして、次式を考える。

$$S(\omega) = S_0((\omega^2 + 4h_g^2 \omega_g^2 \omega^2) / ((\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4h_g^2 \omega_g^2 \omega^2)) \quad (3)$$

このパワースペクトル密度を有する確率過程は、荷重系に白色雑音が作用したものとしてモデル化することができる。この系の状態変数を

$$Z(t) = [z(t) \quad \dot{z}(t)]^T \quad (4)$$

で表すと、荷重系の状態方程式は次式となる。

$$\dot{Z}(t) = A_Z Z(t) + B_Z(t)n(t) \quad (5)$$

$$g(t) = C^T(t)Z(t) \quad (6)$$

荷重系は平均値0の正規性白色雑音 $n(t)$ を入力とするフィルターにより構成できる。構造物に作用する地盤加速度は、 $\ddot{f}(t) = e(t)$ である。 $e(t)$ は形状関数を表し、ここでは、図-2に示すように入力地震波として用いたEl-Centro地震加速度波形より求めている。式(5)、(6)のパラメータは、図-3のように地震波形のパワースペクトル密度に式(3)を曲線適合させて、非線形最小二乗法により求めた。

4. 荷重-構造-動吸振器系のモデル化

荷重-構造-動吸振器系の関係を状態空間表示するために、改めて式(7)のような状態変数を定義すると、荷重-構造-動吸振器系は式(8)のような状態方程式で表すことができる。

$$X(t) = [Y(t) \quad Z(t)]^T \quad (7) \quad \dot{X}(t) = A_X X(t) + B_X(t)n(t), \quad X(0) = X_0 \quad (8)$$

5. 動吸振器の最適設計

ここでは、動吸振器は1個設置しているので、求める動吸振器の最適値は固有振動数 f_d と減衰定数 h_d になる。なお、構造物と動吸振器の質量 m_s および m_d の比 μ は、 $\mu = m_d/m_s$ で与えられるものとする。

(1) 古典的設計法 この場合、構造系の減衰 h_s を無視しており、次のような動吸振器の最適値 f_d, h_d が与えられている。

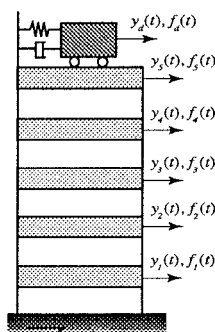


図-1 解析モデル

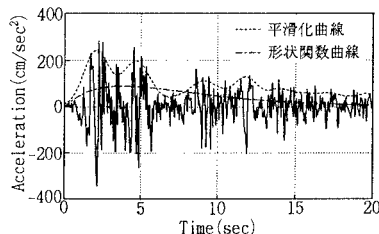


図-2 El-Centro地震波形

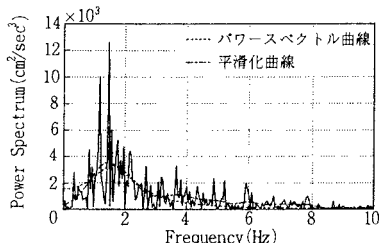


図-3 パワースペクトル密度

$$f_d = f_s / (1 + \mu) \quad (9) \quad h_d = (3\mu / 8(1 + \mu))^{1/2} \quad (10)$$

(2) H^∞ ノルム法 構造物の変位応答 $y(t)$ と外力 $f(t)$ の周波数応答関数を $Y(i\omega)$, $F(i\omega)$ とすると、荷重 - 構造 - 動吸振器系の周波数伝達関数は、

$$Y(i\omega) = C(I(i\omega) - A_x)^{-1} B_x F(i\omega) \quad (11)$$

$$H(i\omega) = C(I(i\omega) - A_x)^{-1} B_x \quad (12)$$

となる。この伝達関数の最大値を最小にするような動吸振器の最適設計を行う。

$$H(i\omega, f_d, h_d)_{\max} \rightarrow \min \quad (13)$$

(3) H^2 ノルム法 構造物の変位応答の分散を最小にする動吸振器の最適設計法である。構造物の変位応答の分散 σ_y^2 は、

$$\sigma_y^2 = CE[X(t) X^T(t)] C^T \quad (14) \quad R_x(t) = E[X(t) X^T(t)] \quad (15)$$

で与えられる。ここで $R_x(t)$ は次の共分散方程式から得られる。

$$\dot{R}(t) = A_x R(t) + R(t) A_x^T + B_x(t) B_x^T(t) \sigma_n^2 \quad (16)$$

これは、非定常応答を表現する方程式である。定常応答を考えた場合は、 $t \rightarrow \infty$ において、共分散行列 $R_x(t)$ の時間微分は $\dot{R}_x(t) \rightarrow 0$ となる。そこで式(14)は次のような連立方程式になる。

$$A_x R(t) + R(t) A_x^T + B_x(t) B_x^T(t) \sigma_n^2 = 0 \quad (17)$$

H^2 ノルムを最小にする設計法は、次の非線形最適化手法を用いて、次の評価基準よりパラメータを求める。

$$\sigma_y^2(f_d, h_d) \rightarrow \min \quad (18)$$

6. 数値解析と考察

解析の対象とした構造物は5自由度系構造物であり、質量比は、 $\mu = 1/20$ について検討する。図-4に構造系と荷重系の周波数特性をそれぞれ示したものである。ここでは、荷重系の固有振動数を構造系の2次振動数に一致させている。 H^∞ ノルムと H^2 ノルムを評価基準にして動吸振器を設置した構造物の変位応答の周波数伝達関数を図-5に示した。 H^∞ ノルムを評価基準に最適設計した場合のパワースペクトル密度の最大値が、 H^2 ノルムによるものより小さくなっている。図-6はそれぞれの方法で設計した動吸振器を設置した構造物の定常変位応答による分散を示している。 H^2 ノルムを評価関数にすると、 H^∞ ノルムより H^2 ノルムを評価関数に設計した場合が、応答の分散が抑制できている。図-7は、非定常外力が作用した場合の動吸振器の最適設計を行ったものである。各設計法により最適設計された動吸振器を設置した、構造物の非定常変位応答の分散を示している。どの設計法においても有効であることが確認できるが、非定常 H^2 ノルムで最適設計された場合に応答の最大値が抑え込まれており、有効性を示している。各種設計法により求めた動吸振器の最適値および系の応答の最大値を表-1に示した。

7. まとめ

外力の周波数特性を考慮して、多自由度系構造物に H^∞ ノルム法、 H^2 ノルム法および古典的設計法を適用して最適設計を行った。数値シミュレーションより、対象となる構造物が複雑な場合や、外力の周波数特性を考慮した動吸振器の最適設計が可能であることを確認できた。

[参考文献] 岡林, 徐, 林: 動吸振器の最適設計法に関する考察, 橋梁振動コロキウム論文集, pp239-245, 1997.

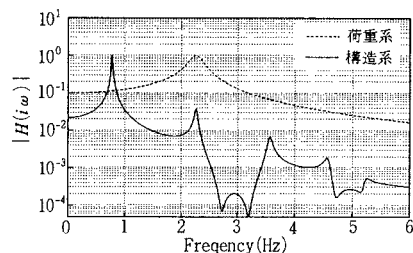


図-4 構造系と荷重系の周波数特性

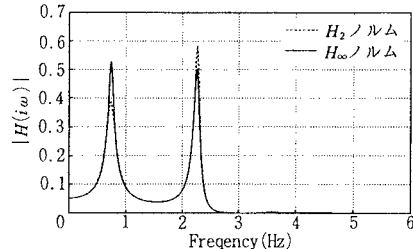


図-5 動吸振器 - 構造系 - 荷重系の周波数特性

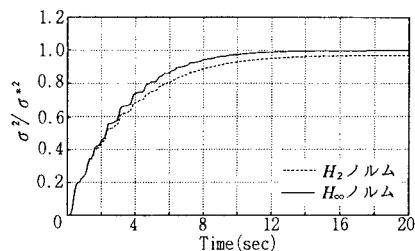


図-6 定常変位応答に対する動吸振器の効果

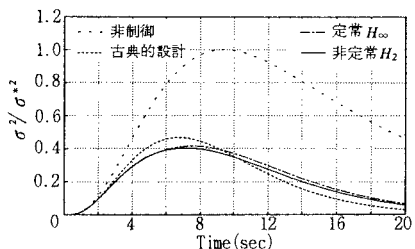


図-7 非定常変位応答に対する動吸振器の効果

表-1 分散応答と動吸振器の最適値

制御法	振動数 f_d	減衰定数 h_d	分散応答 σ^2
非制御	—	—	208.59
古典的理論	0.7373	0.1336	86.54
定常 H_∞ ノルム	0.6677	0.4769	97.28
非定常 H_2 ノルム	0.7020	0.1713	84.07