

仮想計測器を用いた振動モード解析法による動特性の推定

長崎大学工学部 学生員○田村太一郎

長崎大学工学部 正 員 岡林 隆敏

長崎大学大学院 学生員 山森 和博

1. はじめに

近年、構造物の振動特性から、構造物の維持・管理など健全度評価する試みが行なわれている。そのためには、高い精度での動特性推定が必要である。動特性推定には、主に、時間領域と周波数領域での推定方法があるが、本研究では、構造同定に周波数領域における動特性推定法を採用、その手法を仮想計測器ソフトウェアで実現した。このシステムの有効性を検討するために、5自由度系モデルを用いた数値シミュレーションにより周波数領域での構造同定を行なった。さらに、実験データにうなり(Beating)現象が発生した系に対して、2自由度系としてモデル化し、本システムの有効性を検証した。

2. 構造物のモード解析法

1) 時間領域での推定

各点の応答を $x(t)$ とし、外力を $f(t)$ とすると、 n 自由度系の構造物において運動方程式は次式となる。

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1)$$

m, c, k は、質量行列、減衰係数行列及び剛性行列である。 p 点に、単位衝撃荷重 $\delta_p(t)$ を受ける k 次振動の方程式は、モード解析法による解析モードを ϕ_k と基準関数 q_k を用いると次式になる。

$$\ddot{q}_k(t) + 2h_k\omega_k\dot{q}_k(t) + \omega_k^2q_k(t) = \phi_{pk}\delta_p(t) \quad (2)$$

ω_k, h_k は、 k 次振動における、固有円振動数、減衰定数である。このとき、 ℓ 点の応答 $x_\ell(t)$ は、各次振動の単位衝撃応答関数の和として表される。

$$x_\ell(t) = \sum_{k=1}^n \frac{\phi_{\ell k}\phi_{pk}}{\omega_{dk}} \exp(-h_k\omega_k t) \sin(\omega_{dk}t + \theta_k) \quad (3)$$

ただし、 $\omega_{dk} = \omega_k\sqrt{1-h_k^2}$ である。この式より、非線形最小二乗法により、計測データ $\bar{x}_\ell(t)$ と、曲線適合させ、誤差 e_ℓ を最小にするパラメータを決定する。

3. 仮想計測器ソフトウェアへの適用

周波数領域における動特性推定を、仮想計測器ソフトウェアLabVIEWを用いてプログラミングを行った。図-1にパネル画面を示す。データ処理の流れとしては、取り込まれたデータをフーリエ変換し実部と虚部に分解する。抽出すべき振動次数に矩形窓関数によりフィルタ処理を行う。このフィルタ処理により多自由度系から1自由度系に還元する。非線形最小二乗法により曲線適合を行い、動特性推定を行う。

$$e_\ell = \sum_{j=1}^N \left| \bar{x}_\ell(t_j) - x_\ell(t_j) \right|^2 \quad (4)$$

ここに、 N はデータ個数である。

2) 周波数領域での推定

$x_\ell(t), \delta_\ell(t)$ のフーリエ変換を、 $X_\ell(\omega), F_p(\omega)$ とすると、コンプライアンス $G_{p\ell}(\omega)$ は、次式で与えられる。

$$G_{p\ell}(\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{\phi_{\ell k}\phi_{pk}}{(-\omega^2 + \omega_k^2 + 2ih_k\omega_k\omega)} = \sum_{k=1}^n \{Re_k(\omega) + Im_k(\omega)\} \quad (5)$$

ここで、 $Re_k(\omega), Im_k(\omega)$ は次式となる。

$$Re_k(\omega) = \frac{\phi_{\ell k}\phi_{pk}(-\omega^2 + \omega_k^2)}{(-\omega^2 + \omega_k^2)^2 + (2h_k\omega_k\omega)^2} \quad (6)$$

$$Im_k(\omega) = \frac{\phi_{\ell k}\phi_{pk}(-2h_k\omega_k\omega)}{(-\omega^2 + \omega_k^2)^2 + (2h_k\omega_k\omega)^2} \quad (7)$$

ここで、計測データより求めた $\overline{Re}_k, \overline{Im}_k$ と(6)(7)式を曲線適合させ、誤差 e_f を最小にすることにより、各パラメータを推定する。

$$e_f = \sum_{j=1}^N \left\{ \left| \overline{Re}_k(\omega_j) - Re_k(\omega_j) \right|^2 + \left| \overline{Im}_k(\omega_j) - Im_k(\omega_j) \right|^2 \right\} \quad (8)$$

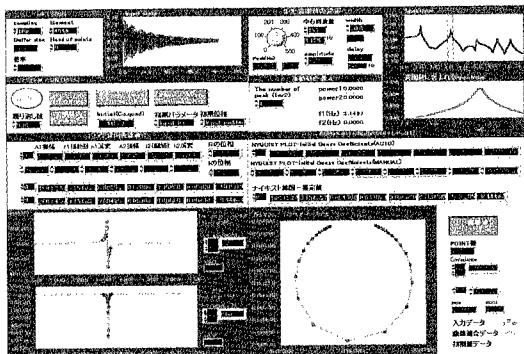


図-1 LabVIEWを用いた動特性推定

4. 5自由度系構造物の動特性推定

本研究の仮想計測器ソフトウェアでの構造同定の有効性を確認するために、図-2のような5層構造物を用いて衝撃加振シミュレーションを行った。衝撃力を最下層に加え、各層の変位応答を観測し、各層で得られたデータを用いて、固有振動数、減衰定数、振動モードの推定を行った。図-3に周波数領域での曲線適合の状態、表-1に推定結果を示す。固有振動数、減衰定数

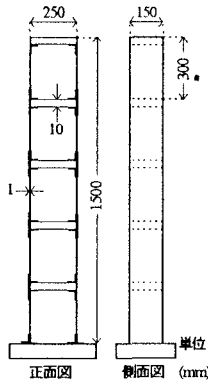


図-2 5層構造物

とも理論値と比べて、ほぼ一致した推定結果を示している。誤差に関しても固有振動数の誤差は0.01%であり、減衰定数も3%であり、非常に高い精度の推定が可能であることが分かる。また、図-4で振動モードの推定では、各次動数においてもほぼ一致している。

5. 近接固有値を有する構造物の動特性推定

振動数が近接した系の応答は、図-5に示すようにうなり現象が発生する場合がある。この場合、共振峰が近接しているため、バンドパスフィルタやスペクトル等の解析から動特性を求めることは困難である。そこで、うなりを伴う応答を2自由度系モデルとして考え、時間領域、周波数領域での動特性推定を行った。図-6に仮想計測器ソフトウェア適用の適用例を示す。

そこで減衰定数 $h_1=h_2=0.005$ 、1次振動数 $f_1=1.0\text{Hz}$ と固定し、2次振動 $f_2=1.1\text{Hz}$ 、 1.06Hz 、 1.02Hz とした3ケースのシミュレーションデータからの推定を検討した。データはサンプリング時間 $\Delta=0.01(\text{sec})$ 、データ数 $N=4096$ とした。表-2に推定結果を示す。時間領域、周波数領域ともに推定値の誤差は0.1%以下と非常に高い精度で推定が実証された。

6. まとめ

仮想計測器ソフトウェアLabVIEWを用いて周波数領域における動特性の推定を行った。そこで5層構造物で周波数領域での推定を行い、周波数領域での構造同定の有効性を確認した。また、うなり(Beating)を伴う波形での時間領域、周波数領域ともに高い精度で行うことが可能であることが実証された。

【参考文献】(1)長松昭男：モード解析，培風館，

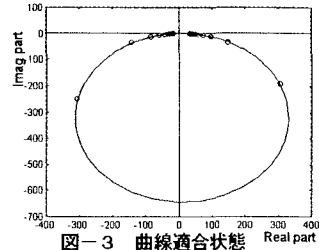


図-3 曲線適合状態

表-1 推定結果

次数	理論値		周波数領域	
	固有振動数	減衰定数	固有振動数	減衰定数
1次	1.0938	0.0040	1.0938	0.0041
2次	3.1555	0.0040	3.1544	0.0038
3次	4.9173	0.0040	4.9144	0.0040
4次	6.3041	0.0040	6.2994	0.0039
5次	7.2116	0.0040	7.2055	0.0040

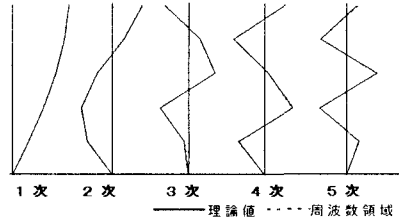


図-4 振動モード

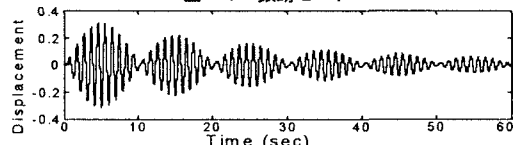


図-5 変位応答

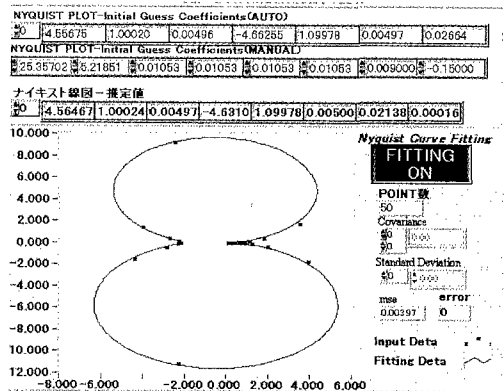


図-6 近接固有値推定のためパネル画面

表-2 推定結果

		理論値		時間領域		周波数領域	
		固有振動数	減衰定数	固有振動数	減衰定数	固有振動数	減衰定数
case 1	1次	1.0000	0.0050	1.0001	0.0049	1.0001	0.0050
	2次	1.1000	0.0050	1.0199	0.0049	1.0998	0.0051
case 2	1次	1.0000	0.0050	1.0002	0.0049	1.0000	0.0053
	2次	1.0600	0.0050	1.0597	0.0049	1.0601	0.0050
case 3	1次	1.0000	0.0050	1.0006	0.0047	0.9996	0.0047
	2次	1.0200	0.0050	1.0199	0.0049	1.0188	0.0048