

振動数が接近した構造物の動特性推定

長崎大学大学院 学生員○山森 和博
長崎大学工学部 正 員 岡林 隆敏
長崎大学工学部 学生員 田村 太郎

1. はじめに

吊床版橋やキャットウォークのような吊形式の構造物は、固有振動数が互いに接近しており、振動実験データに Beating (うなり) 現象が発生する場合がある。うなりを伴う実測波形から、同定手法すなわち、多自由度法¹⁾による曲線適合、時間領域で推定する方法^{2,3)}などが提案されている。本研究では、振動数が接近している構造物の応答を、2自由度系としてモデル化し、時間領域と周波数領域における推定の検討を行った。そこで、2自由度系構造物の数値シミュレーション波形、吊床版橋の数値シミュレーション、実測波形より動特性推定の検証を行ったものである。

2. 近接固有値を有する2自由度系の動的応答

(1) 2自由度系の解の性質

図-1のような2自由度系の運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + k_{12}(x_1 - x_2) &= f_1 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - k_{12}(x_1 - x_2) &= f_2 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、質量 $m_1 = m_2 = m$ 、ばね定数 $k_1 = k_2 = k$ 、 $k_{12} = \gamma k$ とし、非減衰振動を考えると、系の固有円振動数は、

$$\omega_1 = \sqrt{k/m}, \quad \omega_2 = \sqrt{k(1+2\gamma)/m} \quad (2)$$

となる。このように質量、ばね定数が互いに等しい場合、 γ 値により系の振動数が接近したり、離れたりする性質を持つ。本研究では、 γ 値を変化させ、近接した振動数を有する2自由度系構造物を用いる。

(2) 衝撃加振シミュレーション

シミュレーションに用いた2自由度系構造物は、 $m_1 = m_2 = 1.0$ tf、 $k_1 = k_2 = 0.005$ 、 $f_1 = 1.0$ Hz とし、 γ を変化させ、 $f_2 = 1.1$ Hz、 1.06 Hz、 1.02 Hz となるような3ケースとした。図-2に3ケースにおける質点 m_1 の周波数応答を示す。このような構造物に、衝撃力を質点 m_1 に加え、衝撃加振シミュレーションを行った。図-3に質点 m_1 の3ケースにおける変位応答を示す。この各質点の変位応答波形を用いて、時間領域と周波数領域における曲線適合から動特性の推定を行う。シミュレーションデータは、サンプリング時間 $\Delta = 0.01$ sec、データ数 $N = 4096$ とした。

3. 2自由度系の曲線適合理論と精度の検証

(1) 時間領域における曲線適合

p 点に単位衝撃荷重 $\delta_p(t)$ が作用する n 自由度系の近接した振動数を有する系の変位応答 $x_i(t)$ は、次式で表される。

$$x_i(t) = \sum_{l=1}^{m+1} A_l \exp(-h_l \omega_l t) \sin(\omega_{dl} t + \theta_l) \quad (3)$$

$A_l = \frac{\phi_{li} \phi_{pi}}{\omega_{dl}}$ 、 $\omega_{dl} = \omega_l \sqrt{1 - h_l^2}$ 、 ϕ_{li}, ϕ_{pi} : ℓ, p 点の i 次振動モード、 ω_l, h_l, θ_l : i 次

振動における固有円振動数、減衰定数、位相である。ここで、非線形最小二乗法により測定データ $\bar{x}_{ij}(t_j)$ と(3)式を曲線適合させ、誤差 e を最小にするようなパラメータを求める。

$$e = \sum_{j=1}^N \left| \bar{x}_{ij}(t_j) - x_{ij}(t_j) \right|^2 \quad (N: \text{データ数}) \quad (4)$$

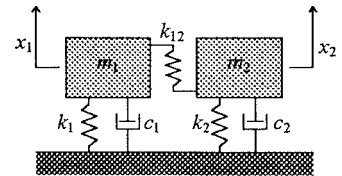


図-1 2自由度系構造物

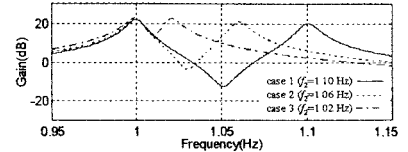
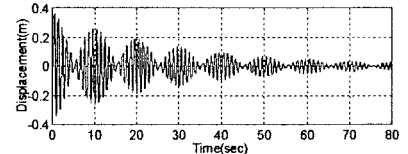
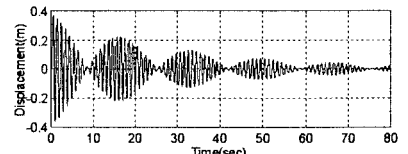


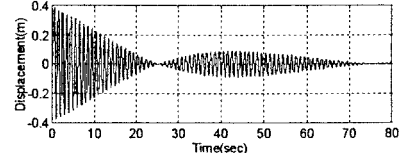
図-2 周波数応答の変化



a) case1 (f1=1.00 Hz, f2=1.10 Hz)



b) case2 (f1=1.00 Hz, f2=1.06 Hz)



c) case3 (f1=1.00 Hz, f2=1.02 Hz)

図-3 変位応答の変化

表-1 推定結果

		理論値		時間領域		周波数領域	
		固有振動数	減衰定数	固有振動数	減衰定数	固有振動数	減衰定数
case 1	1次	1.0000	0.0050	1.0000	0.0050	1.0002	0.0049
	2次	1.1000	0.0050	1.1000	0.0050	1.0997	0.0054
case 2	1次	1.0000	0.0050	1.0000	0.0050	1.0002	0.0053
	2次	1.0600	0.0050	1.0600	0.0050	1.0603	0.0051
case 3	1次	1.0000	0.0050	1.0000	0.0050	1.0001	0.0047
	2次	1.0200	0.0050	1.0200	0.0050	1.0201	0.0046

(2) 周波数領域における曲線適合

変位応答 $x_t(t)$ 、単位衝撃荷重 $\delta_p(t)$ のフーリエ変換を $X_t(\omega)$ 、 $F_p(\omega)$ とすると、近接した振動数を有する系のコンプライアンスは、次式で与えられる。

$$G_p(\omega) = \frac{X_t(\omega)}{F_p(\omega)} = \sum_{i=m}^{m+1} \frac{\phi_i \phi_{pi}}{-\omega^2 + \omega_i^2 + 2i\eta_i \omega_i \omega} \quad (5)$$

ここで、(4)式と同様に、非線形最小二乗法により測定データのコンプライアンス $\bar{G}_p(\omega)$ と(5)式を曲線適合させ、誤差 e を最小にするようなパラメータを求める。

(3) 推定精度の検証

表-1に、推定結果を示す。推定値は、各質点より得られた値の平均値を示している。時間領域における各ケースでの推定値は、固有振動数、減衰定数ともに全て一致している。周波数領域での推定値は、時間領域と比べると推定値に差がみられるが、良好な推定値が得られている。図-4に示す振動モードの推定は、時間領域では、1, 2次振動ともに一致している。周波数領域においては、若干誤差が見られるが、良い推定値を示している。

4. 吊床版橋への適用

(1) 吊床版橋

図-5のような吊床版橋の衝撃加振試験を行った。この橋梁を 1/4L 地点を加振した場合、図-6に示すような実測波形に1次振動(たわみ逆対称1次)と3次振動(たわみ対称2次)によるうなりが発生している。そこで、衝撃加振シミュレーション、実測の速度波形を用いて時間領域と周波数領域における動特性推定を行った。ここで、サンプリング時間 $\Delta=0.01$ sec, データ数 $N=4096$ とした。

(2) 衝撃加振シミュレーションの概要

吊床版橋を、23 節点の等価な梁モデルとして有限要素法でモデル化した。減衰定数は、実測で得られた値を用いている。衝撃加振は、1/4L 地点に加え、1/8L, 1/4L, 3/8L, 1/2L, 5/8L, 3/4L, 7/8L 地点の速度を観測し、得られた各点の波形から動特性推定を行う。図-7に 1/4L 地点の速度応答を示す。

(3) 推定精度の比較

表-2に推定結果を示す。シミュレーションにおける推定は、時間・周波数領域ともに誤差も小さく、良好な推定値が得られている。実測においては、時間領域と周波数領域を比較すると、固有振動数はほぼ一致した推定値である。減衰定数は、若干の誤差であるが同等の推定値が得られている。振動モードの推定は、図-8に示すように、シミュレーションでは、時間・周波数領域ともに良い推定値を示している。実測でも、時間・周波数領域ともに同等の推定値を示していると考えられる。理論値と比較すると、3次振動に若干誤差が見られるが良好な推定を示しているといえる。

5. まとめ

本研究は、うなりを伴う波形を2自由度系モデルとして考え、時間領域と周波数領域において動特性推定の検討を行った。そこで、2自由度系構造物と吊床版橋の数値シミュレーション波形、実測波形から動特性推定が可能であることを確認した。時間領域と周波数領域での推定精度を比較すると、周波数領域では、推定時間は短い、初期値や周波数分解能の影響により推定値にばらつきが生じる。時間領域では、推定時間は長い、安定した推定値が得られることが確認できる。

【参考文献】1) 長松昭男：モード解析，培風館，1985.7. 2) 讃岐康博他：Beating 波形からの各単振動の対数減衰率算出法，第2回橋梁振動に関するコロキウム論文報告集，pp.109-114，1989.8. 3) 岩本政己他：自由振動減衰波形からの固有振動数の近接した2自由度線形系のパラメータ同定，土木学会論文集，No.450/I-20，pp.141-149，1992.7.

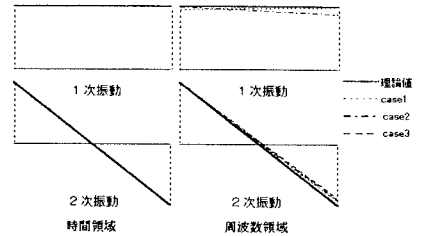


図-4 振動モード(2自由度系構造物)

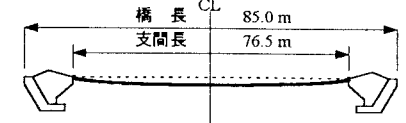


図-5 橋梁一般図

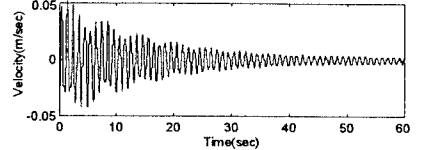


図-6 実測波形(1/4L)

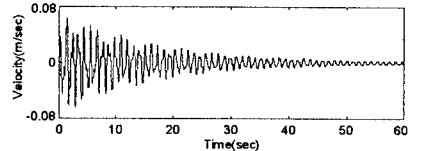


図-7 シミュレーション波形(1/4L)

表-2 推定結果

		理論値		時間領域		周波数領域	
		固有振動数	減衰定数	固有振動数	減衰定数	固有振動数	減衰定数
シミュレーション	1次	0.9437	0.0090	0.9437	0.0090	0.9436	0.0095
	3次	1.7021	0.0073	1.7028	0.0073	1.7021	0.0063
実測	1次	0.9437	—	0.9965	0.0095	0.9945	0.0098
	3次	1.7021	—	1.8260	0.0085	1.8302	0.0070

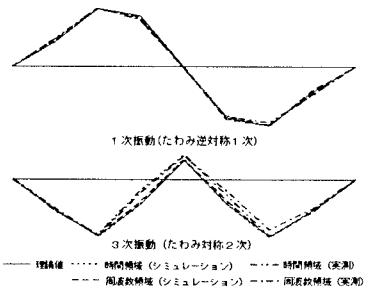


図-8 振動モード(吊床版橋)