

アングルプライ積層偏平シェルの自由振動に関する研究

長崎大学大学院 学生員 ○ 浦田英知

長崎大学工学部 正 員 森田千尋, 松田浩, 崎山毅

1 まえがき

航空・宇宙工学の分野では、繊維強化プラスチック (FRP) の異方性の研究がさかんに進められている。例えば航空機の翼は、前進翼にすると空気力学的に優れていることがわかっていたが、等方性の金属では不可能とされていた。ところが複合材料では、クロスエラスティシティの効果をうまく利用することによりそれが可能となり、次世代の航空機には複合材料の異方性の効果が積極的に利用されている。

超長大橋においても、桁部材を流線形箱型断面としたり、空力的制振装置を付けるなどの耐風対策が行なわれている。このような桁断面において、軽量で比強度に優れる FRP からなる複合曲面板を用いて積層数、配向角、曲率などを変えることにより、力学特性に優れた構造部材を自由に設計 (テーラリング) できると考えられる。

本文では、上記研究目的の第一歩として、アングルプライ積層偏平シェルに関して、グリーン関数を用いた固有振動数問題の解析手法を新たに提示し、積層数、配向角、曲率などをパラメータとして得られる結果から、その自由振動特性について検討したものである。

2 解析手法

2.1 基礎微分方程式

図 1 に示すような積層偏平シェルの曲げに関する基礎微分方程式は次式で表わせる。

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} - k_x Q_x = -q_x \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} - k_y Q_y = -q_y \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_{xy}}{\partial y} + k_x N_x + k_y N_y + 2k_{xy} N_{xy} = -q_z \quad (3)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0 \quad (5)$$

$$M_x = B_{11}e_x + B_{12}e_y + B_{16}e_{xy} + D_{11}\beta_x + D_{12}\beta_y + D_{16}\beta_{xy} \quad (6)$$

$$M_y = B_{12}e_x + B_{22}e_y + B_{26}e_{xy} + D_{12}\beta_x + D_{22}\beta_y + D_{26}\beta_{xy} \quad (7)$$

ここに、 $A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (Z_k - Z_{k-1})$: 積層シェルの面

内剛性、 $B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (Z_k^2 - Z_{k-1}^2)$: 積層シェルの

のカップリング剛性、 $D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (Z_k^3 - Z_{k-1}^3)$:

積層シェルの曲げ剛性、 $\bar{Q}_{ij}$: 各ラミナの配向角および材料特性に依存する弾性定数、 k_x, k_y, k_{xy} : 偏平シェルの曲率、 E_1, E_2 : 材料主軸方向縦弾性係数、 ν_{12}, ν_{21} : ポアソン比、 G_{12}, G_{13}, G_{23} : せん断弾性係数、 $\kappa = \frac{5}{6}$: せん断修正係数、

$$M_{xy} = B_{16}e_x + B_{26}e_y + B_{66}e_{xy} + D_{16}\beta_x + D_{26}\beta_y + D_{66}\beta_{xy} \quad (8)$$

$$Q_y = \kappa A_{44} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \theta_y \right) + \kappa A_{45} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \theta_x \right) \quad (9)$$

$$Q_x = \kappa A_{45} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \theta_y \right) + \kappa A_{55} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \theta_x \right) \quad (10)$$

$$N_x = A_{11}e_x + A_{12}e_y + A_{16}e_{xy} + B_{11}\beta_x + B_{12}\beta_y + B_{16}\beta_{xy} \quad (11)$$

$$N_y = A_{12}e_x + A_{22}e_y + A_{26}e_{xy} + B_{12}\beta_x + B_{22}\beta_y + B_{26}\beta_{xy} \quad (12)$$

$$N_{xy} = A_{16}e_x + A_{26}e_y + A_{66}e_{xy} + B_{16}\beta_x + B_{26}\beta_y + B_{66}\beta_{xy} \quad (13)$$

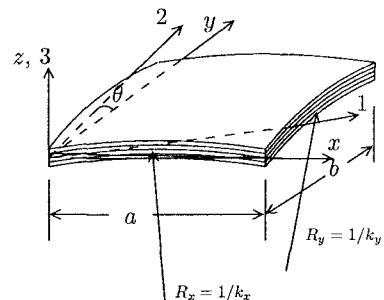


図 1: 積層偏平シェル

2.2 自由振動解析

自由振動に関する偏平シェルの運動方程式は、鉛直方向と接線方向の力の釣合い式において荷重強度 q_x, q_y, q_z の代わりに、単位面積当たりの慣性力を取り、点 (η_0, ζ_0) における単位集中荷重が作用したときのたわみ G (グリーン関数) を用いると、次式のようになる。

$$U(\eta_0, \zeta_0) = \lambda^4 \sum_{\eta=0}^m \sum_{\zeta=0}^n \beta_{m\eta} \beta_{n\zeta} \mu \bar{h}(\eta, \zeta) U(\eta, \zeta) G(\eta_0, \zeta_0, \eta, \zeta) \quad (14)$$

ここに、 U : 垂直、接線方向の全体のたわみ u, v, w , $\beta_{m\eta}, \beta_{n\zeta}$: 数値積分による重み係数,
 $\lambda^2 = \omega a^2 (\frac{\rho}{D_0})^{\frac{1}{2}}$: 偏平シェルの固有振動数, $\bar{h}$: シェル厚, $\mu = a/b$

式(14)より、固有振動数、固有振動モードを求めることができる。

3 数値解析結果

曲率 $k_x = k_y = k$, 辺長 $a = b$ ならびに辺長とシェル厚比 $a/h = 100$ なる積層偏平シェルの解析を行なった。材料定数は $E_1 = 138[\text{GPa}]$, $E_2 = 8.96[\text{GPa}]$, $G_{12} = 7.1[\text{GPa}]$, $\nu_{12} = 0.3$ である。表1は4辺単純支持 (roller) の境界条件での3層 $[0/90/0]$ のクロスプライ積層偏平シェルの固有振動数について本解析法の収束性と精度を調べたものである。また図2は4辺固定支持の境界条件で $k = 0.5$ と $k = 0.2$ での2層 $[\theta/-\theta]$, 4層 $[\theta/-\theta/\theta/-\theta]$ としたアングルプライ積層偏平シェルの固有振動数である。なお比較解は下記文献を用いた。

表 1: 各曲率 k における固有振動数

k	Division	1st md	2nd md	3rd md
0.5	8	280.3	341.0	346.2
	12	279.8	334.4	342.1
	推定収束値	279.3	329.1	338.9
	比較解	(278.9)	(330.2)	(338.8)
0.2	8	120.7	156.6	213.8
	12	120.4	153.9	205.3
	推定収束値	120.2	151.9	198.7
	比較解	(120.2)	(151.9)	(199.7)
0	8	45.43	78.37	174.0
	12	44.78	75.12	164.1
	推定収束値	44.19	72.60	156.6
	比較解	(44.31)	(72.80)	(157.4)

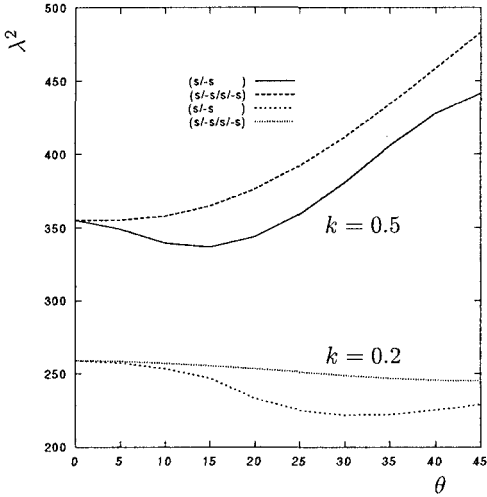


図 2: 各配向角における固有振動数

4 考察

表1から、積層偏平シェルの固有振動数は曲率によって大きく影響を受けることが解る。例えば平板 ($k = 0$) に $k = 0.2$ の曲率を持たせると、固有振動数は平板のときと比べて3倍近くの値となる。小分割数での解析でも1次の固有振動数では良好な値を示し、推定収束値が比較解とほぼ等しいことから本解析法が自由振動解析において有効であることが確認できたといえる。また図2から配向角が変化すると固有振動数も変化することがわかる。 $k = 0.2$ では配向角の増大に伴い固有振動数はなだらかに減少しているが、 $k = 0.5$ と曲率が大きくなると、配向角の増大に伴い固有振動数も大きく増加することがわかる。

このように、積層数、曲率、配向角などを変えることにより、構造物の振動特性を高めることができると思われる。