

死荷重—ケーブル変形曲線と活荷重による 吊床版橋の変形について

九州産業大学 学〇古城 建一 九州産業大学 正 水田 洋司
九州産業大学 正 吉村 健 構造技術センター 劉 貴位

1. はじめに

吊床版橋は非常にフレキシブルで、特に架設中は床版の自重でケーブル形状が大きく変形するため、サグ量の管理が重要な問題となる。本研究では、大変形理論から導いたケーブル変形の算定式を提案し、撓度理論⁽¹⁾や吊床版橋の設計で一般的に使用されているケーブル理論⁽²⁾と比較した。次に吊床版橋をケーブル構造物に付着した死荷重の曲げ剛性を考慮した構造物と考え、これに活荷重を載荷した時の変形曲線のサグ量と、最初に検討したケーブル変形曲線のサグ量との関係について調べた。

2. 基本微分方程式

撓度理論の基本微分方程式は床版の曲げ剛性を考慮しているが、床版が連結されずにケーブルに荷重として作用しているものと考え、式(1)が得られる。ここで、初期ケーブル形状は式(2)で表され、ケーブルに載荷する床版を等分布荷重と考え、載荷後のケーブル形状も放物線となる。外力によるスパン中央のたわみを $\eta_{\max}$ とすると、ケーブルの任意点のたわみ η は式(3)で表せる。

$$-(H_{wc}+H_w) \frac{d^2 \eta}{dx^2} - H_w \frac{d^2 y}{dx^2} = w \quad (1)$$

$$y = \frac{4f_0}{l^2} x(l-x) \quad (2)$$

$$\eta = \frac{4\eta_{\max}}{l^2} x(l-x) \quad (3)$$

ここに、 η : 任意点のケーブルのたわみ、 x : 原点から任意点までの水平距離

H_{wc} : ケーブル死荷重による水平張力、 H_w : 床版載荷により増加した水平張力

y : 初期形状の任意点の縦距、 w : 床版の単位長さ当たりの自重

f_0 : 初期サグ量、 l : スパン

3. 提案するケーブル方程式

撓度理論のケーブル方程式式(4)は、図-1のように変形後もケーブルの角度は一定であると仮定している。しかし、架設中のケーブル変形は、ケーブルの角度も荷重載荷前と載荷後では異なっていると考えられる(図-2)。これを考慮した式(5)のケーブル方程式を提案する。この式では $d\eta^2$ の項も考慮している。ここで、式(5)中の L_{E1} 、 L_{E2} 、 L_T は式(6)、(7)、(8)で、式(6)、(7)中の C は、式(9)で表される。

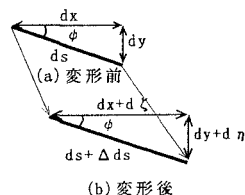


図-1 撓度理論

$$H_w \cdot \frac{1 \cdot \left(1 + 8 \cdot \frac{f_0^2}{l^2}\right)}{E_c A_c} + \gamma \cdot t \cdot l \cdot \left(1 + \frac{16}{3} \cdot \frac{f_0^2}{l^2}\right) + \frac{d^2 y}{dx^2} \int_0^x \eta \cdot dx = 0 \quad (4)$$

$$\frac{H_w \cdot L_{E1}}{E_c A_c} + \gamma \cdot t \cdot L_T - \frac{16 \cdot f_0 \cdot \eta_{\max}}{3 \cdot l} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_w^2 \cdot L_{E2}}{E_c^2 A_c^2} + \frac{H_w \cdot L_{E1}}{E_c A_c} \cdot \gamma \cdot t + \frac{1}{2} (\gamma \cdot t)^2 \cdot L_T - \frac{8 \cdot \eta_{\max}^2}{3 \cdot l} = 0 \quad (5)$$

ここに、 $E_c A_c$: ケーブルの伸び剛性、 γ : ケーブルの線膨張係数

t : 変化した温度

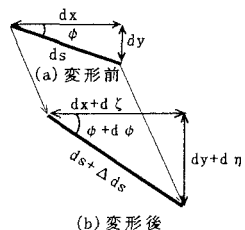


図-2 大変形

$$L_{E1} = \frac{2(f_0 + \eta_{\max})}{l^2} \left[\frac{1}{2} \left\{ 2 \cdot l \cdot \sqrt{1+C^2} + C^2 \cdot \log \frac{1+\sqrt{1^2+C^2}}{-1+\sqrt{1^2+C^2}} \right\} + \frac{2f_0^2}{l^4} \left\{ 4 \cdot l \cdot (1^2+C^2)^{\frac{3}{2}} - 2 \cdot C^2 \cdot l \sqrt{1^2+C^2} - C^4 \cdot \log \frac{1+\sqrt{1^2+C^2}}{-1+\sqrt{1^2+C^2}} \right\} \right] \quad (6)$$

$$L_{E2} = \frac{16^2}{l^8} \cdot f_0^2 \cdot (f_0 + \eta_{\max})^2 \cdot \left[\frac{l^5}{5} + \left(\frac{l^4}{16f_0^2} + C^2 \right) \cdot \frac{l^3}{3} + \frac{C^2 \cdot l^5}{16f_0^2} \right] \quad (7)$$

$$L_T = l \left(1 + \frac{16}{3} \cdot \frac{f_0^2}{l^2} \right) \quad (8)$$

$$C = \frac{l^2}{4(f_0 + \eta_{\max})} \quad (9)$$

4. 連立方程式の解

前述した基本微分方程式式(1)とケーブル方程式式(5)を連立させて外力によるスパン中央のたわみ η_{MAX} を求め、初期サグ量 f_0 との和から床版(死荷重)載荷後のサグ量 f を求めることができる。

5. サグ量と死荷重

表-1は陣屋の森吊橋⁽³⁾のケーブル張り渡し時のケーブル諸元と初期条件を表している。これを用い、各死荷重に対するケーブルサグ量を撓度理論、提案する理論、ケーブル理論式(10)、(11)、(12)で求めた。その結果を図-3に示す。この図では提案する理論とケーブル理論の値はほぼ一致するため曲線が重なっている。このことより、提案法の妥当性を確かめることができる。また撓度理論は、微小な荷重では精度よく解を求めることができるが、大きな荷重を作用させた場合、適切な解を求めることができないことが判る(図中の撓度理論)。しかし、大きな荷重を微小な荷重に分け、微小な荷重を逐次作用させて変形を求め、それらの変形の和を大きな荷重による変形とすれば(ここでは荷重増分の撓度理論として図示)、提案法の解に近似した解を求めることができる。

表-1 陣屋の森吊橋の諸元

$l=123.0 \text{ m}$	$f_0=0.987 \text{ cm}$
$E_c=196.133 \text{ KN/mm}^2$	$w_c=0.8708 \text{ KN/m}$
$A_c=0.0105914 \text{ m}^2$	$H_{wc}=1668.111 \text{ KN}$
$w=17.7324 \text{ KN/m}$	$\gamma=1.2 \times 10^{-7} / ^\circ\text{C}$: $t=0^\circ\text{C}$

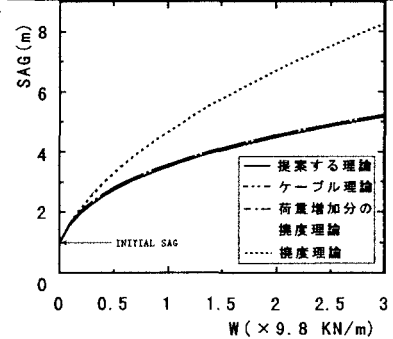


図-3 ケーブル変形曲線のサグ量

$$r^3 - r^2 \left[1 - \frac{E_c \cdot A_c}{2 \cdot l \cdot H_{wc}} \int_0^l \left(\frac{Q_0}{H_{wc}} \right)^2 dx - \frac{\gamma \cdot E_c \cdot A_c}{l \cdot H_{wc}} \cdot t \cdot l \right] - \frac{E_c \cdot A_c}{2 \cdot l \cdot H_{wc}} \int_0^l \left(\frac{Q_1}{H_{wc}} \right)^2 dx = 0 \quad (10)$$

$$f = \frac{(w_c + w) \cdot l^2}{8 \cdot H_{wc}} \quad (11)$$

$$r = \frac{H_{wc}}{H_{wc}} \quad (12)$$

ここに、 $\overline{Q_0}$: l をスパンとした単純梁の床版載荷前のせん断力

$\overline{Q_1}$: l をスパンとした単純梁の床版載荷後のせん断力

f : 床版載荷後のサグ量

w_c : ケーブルの単位長さ当たりの自重

6. 床版連結前後のサグ量

ケーブルに吊り下げた死荷重(床版)を連結して剛性を持たせた完成系の変形について述べる。図-4には、吊床版橋を死荷重の曲げ剛性を考慮したケーブル構造物と考え、それに活荷重を作用させたときの変形曲線のたわみ η_{MAX} と、図-3のケーブル変形曲線のサグ量 f の関係を図示している。初期サグ量は $f_0=0.36\text{m}$ として計算した。この図では吊床版橋の曲線の傾きはケーブルのみの場合より小さくなっていることが判る。これは床版を連結し、床版の断面を有効断面として伸び剛性を考慮したためと考えられる。

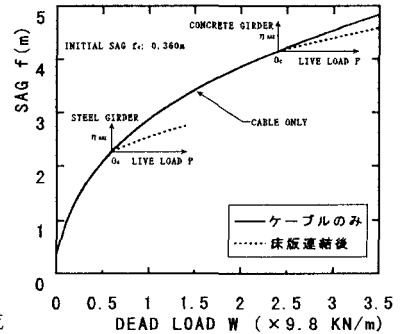


図-4 死荷重と活荷重による η_{MAX}

7. 結論

本論文では、既知である撓度理論にケーブルの角度変化を考慮した式から導いたケーブル変形の算定式を提案し、数値計算を通して撓度理論や吊床版歩道橋の設計で使用されているケーブル理論と比較検討した。その結果、撓度理論に対する提案法の優位性や精度を確認することができた。また、床版を連結した場合、ケーブル変形曲線のたわみは、ケーブルのみの場合よりも小さいことが判った。

参考文献

- (1) 平井敦：鋼橋Ⅲ，技報堂，pp. 382～399，1967年9月。(2) 阿部新平，他5名：陣屋の森吊橋(PC吊床版橋)の設計と施工，橋梁，Vol. 30，No. 1，pp. 107～115，1994年1月。(3) (株)マエダ：陣屋の森吊橋設計業務上・下部工設計計算書，1993年3月。