

地温日変化の表現法について

長崎大学工学部 学生員 ○吉本隆英 正員 武政剛弘
正員 藤田広章 一ノ瀬和雄

1. はじめに

地温日変化の観測値は、一般に熱拡散係数を一定とした熱伝導方程式の解としてフーリエ級数で表現される。この場合、第3項まで採用すれば地温日変化は充分表現可能であるが、一日周期で変動する太陽に左右される地温変化に半日や1/3日周期変化の項を用いる物理的意味は不明瞭である。

本研究では、土壌中の熱移動を特徴づける熱拡散係数が、地表層内において地温と含水比に影響を受け、一日を周期に変化すると仮定して地温解析を試みた。その結果、得られた解析解が地温日変化を良く表現できることを実測によって検証している。

2. 熱伝導方程式

z 軸を地表面から下向きにとり、深さ z での時刻 t (ただし、午前0時を原点とする)の地温を θ 、熱拡散係数を κ とし、 z 軸方向にのみ熱の移動が起こると仮定すれば次の熱伝導方程式が得られる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (1)$$

(1)式のような熱伝導方程式の係数が、時間 t と深さ z に依存する場合の一般的な解析解は、解の形が複雑で取り扱いが簡単ではない。

ここでは κ を時間 t の周期関数

$$\kappa = \kappa_0 \{ 1 - \gamma \cos \omega (t - \delta) \} = \kappa_0 f(t)$$

で表現できると仮定し、

$$\tau = \int_0^t f(t) dt = t - \frac{\gamma}{\omega} \{ \sin \omega (t - \delta) + \sin \omega t \}$$

の変換により時間 t を τ で表せば (1) 式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \kappa_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (2)$$

となり線形化される。

このとき、 $z = 0$ 、 $z = \infty$ における境界条件式は

$$\theta(0, \tau) = \theta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n \sin(n\omega\tau + \varepsilon_n), \quad \theta(\infty, \tau) = \theta_0$$

となり、この条件の下での (2) 式の解としての地温日変化の表現式は次式ようになる。¹⁾

$$\theta = \theta_0 + \theta_1 \exp(-z\sqrt{\omega/2\kappa_0}) \sin[\omega t - \gamma\{\sin\omega(t-\delta) + \sin\omega\delta\} - z\sqrt{\omega/2\kappa_0} + \varepsilon_1] \quad (3)$$

ただし $\theta_1 = (a_1^2 + b_1^2)^{1/2}$ 、 $\varepsilon_1 = \tan^{-1}(a_1/b_1)$ である。

3. 実測

長崎市柿泊町の長崎市総合運動公園内の南東向き斜面(30°勾配)と東向き斜面(30°勾配)において、地表

面からの深さ 0cm, 2cm, 5cm の地温と地表面からの高さ 5cm, 20cm, 50cm の気温を自記温度計データロガーを用いて1996年9月17日15時から30分間隔で連続して測定を行った。今回使用する実測結果は、晴天の1996年9月21日14時より22日14時までの24時間測定により得られた地表面からの深さ 0cm, 2cm, 5cm の地温である。図1に1996年9月20日から23日までの地温の実測結果を示す。

4. 結果および考察

前述のように、地温日変化の表現式として(3)式を得た。まず実測値と比較することによって、(3)式の近似度を確かめる。

各層での1時間毎の実測値が(3)式によって表示されると仮定して、測定値を処理する。ただし地温の実測値と計算値をもっともよく合うように試行錯誤した結果、 $\delta = 0$ とした。

つまり、(3)式は次のようになる。

$$\theta = \theta_0 + \bar{R}_1 \sin(\omega t - \gamma \sin \omega t + \bar{\varepsilon}_1)$$

$$\text{ただし } \bar{R}_1 = \theta_1 \exp(-z\sqrt{\omega/2\kappa_0})$$

$$\bar{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1 - z\sqrt{\omega/2\kappa_0} \text{ である。}$$

測定値を処理する過程は割愛するが、最終的に算出された $\gamma \sin \omega t$ の値が実際に $\gamma \sin \omega t$ の形をとることが検証できれば、(3)式および $\delta = 0$ の妥当性が確認されることになる。算出された各層の $\gamma \sin \omega t$ の値を図2に示す。

得られた結果は、各層とも $\gamma \sin \omega t$ の正弦曲線にほぼ一致している。振幅についても $\gamma = 50^\circ$ 程度の値を示している。測定値を処理する経過で算出される各層での θ_0 , $\bar{R}_1$, $\bar{\varepsilon}_1$ を表1に示す。

図3に深さ2cmの実測値と(3)式による計算結果の比較を示す。これによると、(3)式の表現方法は実測値と振幅および位相共に良く一致している。

また、深さ0, 5cmの層についても同様の検討を行ったが、同様に実測値と解析値はよく一致している。

5. まとめ

ここでは地表層内の熱拡散係数 κ を一日の周期関数で表現し、地温解析を試みた。その結果、得られた次式の地温日変化の表現式は地表層内の地温日変化を良く表現できることが分かった。

$$\theta = \theta_0 + \bar{R}_1 \sin(\omega t - \gamma \sin \omega t + \bar{\varepsilon}_1)$$

上式における $-\gamma \sin \omega t$ が熱拡散係数の日変化に起因する項である。

【参考文献】

- 1) 武政剛弘・長 智男・黒田正治・藤田広章, 1988: 乾砂層内の温度日変化の新しい表現法, 農業気象43(4), 305-310

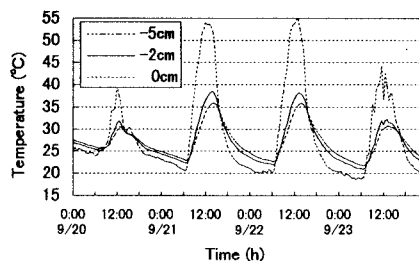


図1 南東向き斜面における地温実測値

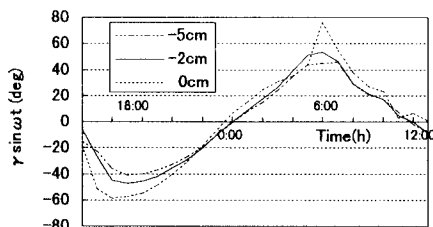


図2 各層の $\gamma \sin \omega t$ 値

表1 各層における θ_0 , $\bar{R}_1$, $\bar{\varepsilon}_1$ 値

深さ Z(cm)	$\theta_0(^{\circ}\text{C})$	$\bar{R}_1(^{\circ}\text{C})$	$\bar{\varepsilon}_1(\text{deg})$
0	37.4	17.4	256.0
2	30.2	8.2	233.6
5	29.3	6.6	224.7

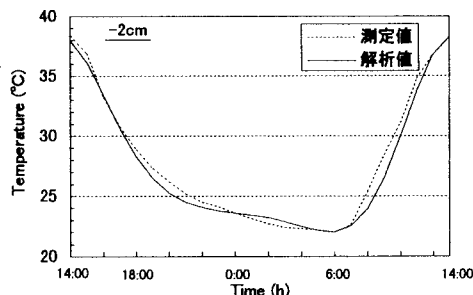


図3 測定値と解析値の比較