

## 配水管網内水質のシミュレーションと制御及び逆解析

九州産業大学 正員○加納 正道、赤坂 順三 福岡 大学 正員 黒木 健実  
東和 大学 正員 空閑 幸雄 山口 大学 正員 浮田 正夫、朱 春默

**1.まえがき** 管網計算で未知の因子を決める逆解析法をFEMを用いて展開した。また、配水池から観測点までの水の流下経路、各管路の滞留時間決定するための新解析法を提案し、これらを結合して配水管網内水質の解析と制御を検討している。

### 2.基礎式と線形化による有限要素法

**2.1 基礎方程式** 管網計算には流量式、節点方程式、閉管路方程式、流入出平衡式の4個の式が用いられる<sup>1)</sup>。

**2.2 線形化による管網計算有限要素法** 摩擦損失水頭(h)と流量(Q)の節点値への置き換えと線形化を行い、次式(1)で示す管網計算用のFEMができる<sup>1)</sup>。

$$[K][h] = \{Q_{out}\} \quad \text{or } K h = Q \quad (1)$$

**3.管網計算における逆解析** 逆解析をするための目的関数を最小にする非線形最小二乗法の中に、ムーア・ペンローズの逆マトリックスとカルマンフィルター理論があり<sup>2)</sup>、これらに次の検討を行う。

#### 3.1 抵抗係数および粗度係数の同定

配水池水頭  $h_B$  を同定することに関する観測式は、  
 $-v = Hh_B - (\bar{h}_{obs} - h_{cal}^{obs} + H\bar{h}_B)$  (2)  
 となる。ここで、 $\bar{h}_{obs}$  と  $h_{cal}^{obs}$  は観測点の観測値と計算値からなるベクトルであり、 $h_B$  と  $\bar{h}_B$  は配水池の未知の値と観測値からなるベクトルである。

この問題を解くための非線形最小二乗法は、次の3種類の目的関数を最小にすることで得られる。

(I) 差差とノルムの最小二乗

$$R1 = 1/2(v^T v + \alpha x^T x) \rightarrow \min \quad (3)$$

(II) 重み付き残差とノルムの最小二乗

$$R2 = 1/2(v^T W_v v + \alpha x^T W_x x) \rightarrow \min \quad (4)$$

(III) 重み付き残差の最小二乗

$$R3 = 1/2(v^T W_v v) \rightarrow \min \quad (5)$$

#### 3.2 水理上の因子を決定するための3種類のHマトリックス

(I) 直径を決定するためのHマトリックス

ヘーゼン・ウイリアムズ式

$$\partial h / \partial D = 4.87 K^{-1} b K^{-1} Q \left\{ \hat{D}^{3.10} \hat{D}^{0.77} \right\} \quad (6)$$

マニング式

$$\partial h / \partial D = 5.33 K^{-1} a K^{-1} Q \left\{ \hat{D}^{3.46} \hat{D}^{0.87} \right\} \quad (7)$$

ここで、 $\hat{D}$  と  $\hat{a}$  はそれぞれFEMの1回前、2回前の繰り返し計算によって得られたDの値である。

(II) 粗度係数、流速係数を決定するためのHマトリックス

ヘーゼン・ウイリアムズ式

$$\partial h / \partial n = 2 K^{-1} e K^{-1} Q \left\{ \hat{n}^{0.80} \hat{n}^{0.20} \right\} \quad (8)$$

マニング式

$$\partial h / \partial C = 1.85 K^{-1} f K^{-1} Q \left\{ \hat{C}^{0.68} \hat{C}^{0.17} \right\} \quad (9)$$

(III) 配水池水頭を決定するためのHマトリックス

$$\hat{K} \cdot \partial h / \partial h_B = \partial \hat{Q} / \partial h_B \quad (10)$$

この式を解けば、配水池水頭を決定するためのHマトリックスを決定することができる。

#### 4. TTHM反応式と係数の判断

**4.1 TTHM反応速度** 配水管網内の総トリハロメタン(TTHM)反応は有機物質濃度(Os)、残留塩素濃度(Cl)、反応温度(T)、反応時間(t)とpHによって左右されます。TTHM反応速度式は、

$$\frac{dTTHM}{dt} = k \cdot Cl \cdot (TTHMFP - TTHM)^q \quad (11)$$

反応の間Clは定数とみなし、t=0でTTHM濃度=0という条件の下で式(11)を積分すれば次式となる。

$$TTHM = TTHMFP - [TTHMFP^{(1-q)} + k(q-1)t \cdot Cl]^{1/(1-q)} \quad (12)$$

ここで、TTHMFP反応後に測定した最大TTHM生成として与えられている。なお、反応速度係数(k)はpHと反応温度(T)の関数となり、次式で表わされる。

$$k = k_{20} \cdot \mu^{(T-20)} \quad (13)$$

ここで  $k_{20}$  は、20°Cにおける速度係数である。

#### 5.配水管網における水の滞留時間および水質解析手法

**5.1 平均到達時間の解析手法** 配水管網中の平均到達時間は、

$$t_s = \sum_{n=\ell}^{n_f} PipeP(n) \cdot PipeTall(n) / \sum_{n=\ell}^{n_f} PipeP(n) \quad (14)$$

となる。また、配水池からの総流量に対する一経路の流量の割合を意味する PipeP(n) は、総流量に対する各管の流量の割合をかけ合わせて求める。

$$PipeP(n) = \prod_{e=1}^{nq} PipeF(e) \quad (15)$$

ここで、 $nq$  は一経路の管数である。節点へ流れる総流量に対する管番号  $e$  の流量の割合である PipeF(e) は、

$$PipeF(e) = Q_{i,j} / Q_i \quad (16)$$

となる。ここに、 $Q_{i,j}$  は節点  $i, j$  からなる管の流量で、 $Q_i$  は節点  $i$  に流れる総流量である。経路番号  $n$  の配水池から観測点までの滞留時間である PipeTall(n) は次式として表わしている。

$$PipeTall(n) = \sum_{e=1}^{nq} PipeT(e) \quad (17)$$

ここで、 $PipeT(e)$ は経路番号  $n$  に属する管数  $e$  の滞留時間である。

## 5.2 残留塩素解析

$$dCl/dt = -k_c \cdot Cl \quad (18)$$

上式で表わした線形関数に従って配水管網内の塩素反応速度を推測する。ここで、 $k_c$  は塩素消費速度係数である。その係数  $k_c$  は管の直径  $D$ 、また各管の直径の一次関数で次式として記される。

$$k_c = k_c(n) = \exp(k_D \cdot D + k_0) \quad (19)$$

ここに、 $k_D$  と  $k_0$  は線形最小二乗法によって次式で表わしている。

$$\sum_{s=1}^{nobs} (Cl_s^{obs} - Cl_s^{cal})^2 \rightarrow \min \quad (20)$$

ここで、 $Cl_s^{obs}$  と  $Cl_s^{cal}$  は節点  $s$  の残留塩素濃度の観測値と計算値であり、 $nobs$  は観測点番号である。節点  $s$  に  $p$  本の管路が合流するとき質量保存を考慮すれば節点  $s$  の残留塩素濃度計算値  $Cl_s^{cal}$  は次式として記される。

$$Cl_s^{cal} = \frac{\sum_{n=1}^p Q_n \cdot Cl_n^i \cdot \exp\{-k_c(n) \cdot PipeT(n)\}}{\sum_{n=1}^p Q_n} \quad (21)$$

ここで、 $Q_n$  は管路  $n$  の流量、 $Cl_n^i$  は管路  $n$  の上流端の残留塩素濃度である。

**5.3 TTHM濃度解析** 管路数  $p$  の合流点がある節点  $s$  の TTHM 濃度を解析するために次式を得る。

$$TTHM_s = \sum_{n=1}^p Q_n \cdot TTHM_n^j / \sum_{n=1}^p Q_n \quad (22)$$

$TTHM_n^j$  は管路  $n$  の下流端の TTHM 濃度である。

## 6. 解析結果

**6.1 流速係数  $C$ 、粗度係数  $n$ 、配水池水頭  $h_B$**  カルマンフィルターと最小二乗法を使って逆解析した管数が 30 と 196 の時の流速係数  $C$ 、粗度係数  $n$ 、配水池水頭  $h_B$  の結果(本報には未記載)がもつ相対誤差は全て 2% 以下である。三流体要素( $C, n, h_B$ )の同定の計算結果は全く振動していないし、相対誤差は十分小さいので逆解析の精度と安定性は良いと言える。

## 6.2 管網内 TTHM と残留塩素の観測値と解析

配水管網内の TTHM 濃度と残留塩素濃度の測定値と解析値を示した図 1, 2 から、両者はよく一致し、上流から下流池点にいくにつれて残留塩素濃度は徐々に減少し、TTHM 濃度は逆に増加している。

**6.3 解析 TTHM と残留塩素濃度** TTHM 濃度、残留塩素濃度の解析値と実測値の相関係数は図 3 より、それぞれ 0.72、0.78 であり、本シミュレーション解析値は現地の管網における観測値を良く再現しており、本解析手法により配水管網内における水質予測が可能であると考えられる。

**7.まとめ** 管網計算のための FEM を使用した逆解析において相対誤差は十分小さく、振動はなく精度と安定性は充分でありこの逆解析は有効である。また、TTHM シミュレーション解析値は現地の観測値を良く再現しており、本解析手法により配水管網内における水質予測が可能であろう。

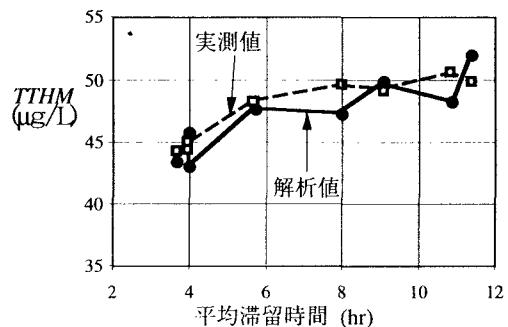


図 1 TTHM と平均滞留時間

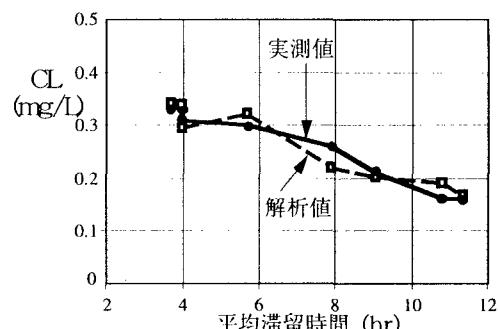


図 2 水の平均滞留時間と残留塩素

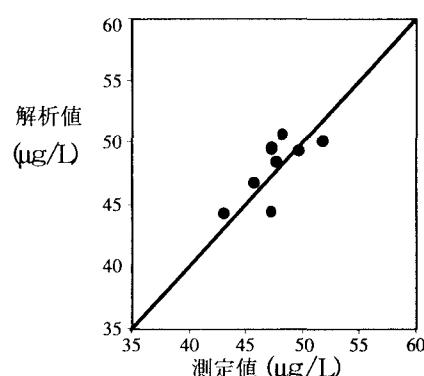


図 3 TTHM 濃度の解析値と測定値

**8.参考文献** 1) 加納正道、黒木健実：土木解析演習、理工図書、1993

2) M. Kanoh, S. Kuga, T. Kuroki, Proc. of 3rd APCOM, pp. 1721-1726, Korea, 1996