フラクタルによる河川線形評価

九州大学工学部　○学生員　新谷　加世
九州大学工学部　　正　員　平野　宗夫
九州大学工学部　　正　員　森山　聡之

1.はじめに

マンデルブローが提唱したフラクタル幾何学は、ユークリッド幾何学では表現しきれなかった自然界の複雑な形に対して、記述の方法と数学的モデルを与えた。フラクタルとはラテン語のfractusを語源とし、「小部分、半端な、断片」といった意味をもつ言葉である。山や雲などの自然の形状は、部分を拡大しても全体と複雑さが変わらないという性質をもっているといわれており、この自己相似性が自然界におけるフラクタルの本質的な性質である。自然界の不規則な形状を表す概念として、フラクタルは、生物学・地形学・気象学などさまざまな自然科学の分野において応用されている。本研究では、複雑な河道形態のフラクタル性を把握するため、筑後川の全体像を捉え、河岸線のフラクタル次元とその特性を調べる。

2.解析手法とデータ

1）ボックスカウンティング法

フラクタル次元を求める方法としては様々なものが挙げられるが、形の特徴を捉えるのに一般に使われているボックスカウンティング法を用いる。

ある対象が、全体をrの比率で縮小したN個の部分に分割されるとき、

$$N \cdot r^D = 1 \qquad (1)$$

が成り立つようなDをフラクタル次元といい、

$$D = -\log N / \log r \qquad (2)$$

で定義される。

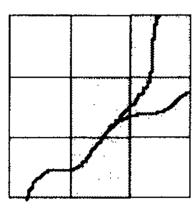

図1.ボックスカウンティング法の例

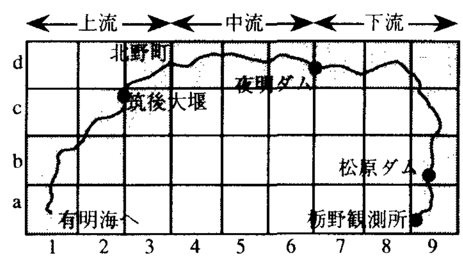

図2.　筑後川本川の図面分割

例えば図1.では、$r=1/3$のとき$N(r)=5$で$D=1.465$となる。また平面全体は、$N(r)=9$で$D=2$と表わされる。

式（1）は、スケール変換をしても形は不変、すなわち全体集合と部分集合が相似であることを表わすものである。

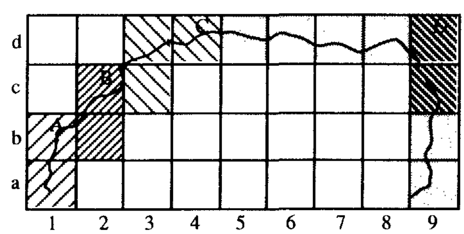

図3.　各範囲のデータ数を揃えた分割

フラクタル次元は直線に近ければ1に近づき、平面を埋め尽くすような複雑な形であれば2に近づく。河岸線のフラクタル次元は直線と平面の間にあるので、フラクタル次元Dの範囲は$1 \leq D \leq 2$となる。

地図上の長さl四方の範囲を、一辺の長さaの正方形のメッシュ格子（ボックス）で区切るとき、河岸線を含むボックスの数を$N(a)$とすると、$r=a/l$として、（1）式より

$$N(a) = (a/l)^{-D} \qquad (3)$$

となる。

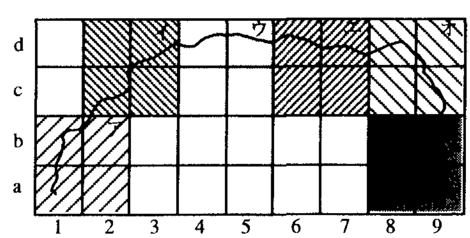

図4.　初めの4倍面積の分割

2）解析に用いたデータ

筑後川流域全体を含む1/25000の地形図を7.5km四方を1ブロックとして図2.のように分割する。各ブロックごとにタブレットを用いて右岸の河岸の座標を読み込んでメッシュで区切り、その一辺の長さaを変化させたとき

の、河岸線を含むボックス数$N(a)$を計算した。

今回は川の全体像を捉えるため、筑後川の本川のみの右岸座標を河口から下筌ダム直流上の栃野水位観測所まで読み込む。

3.解析結果と考察

まず各ブロックごとにaと$N(a)$を両対数グラフにプロットし、その傾きからフラクタル次元Dと相関係数Rを求めた結果を表1.に示す。ここで、表の各ブロックはいずれも、下方にいくにつれて、下流部から上流部へ移るように並べている。表1.によると、右岸座標のデータ数Nの少ないブロックの中には$D<1$となるブロックもでてくる。そこで、図3.のように分割してデータ数をそろえて計算した結果、表2が得られた。フラクタル次元Dは、$1\leq D\leq 2$の範囲に入った。次に、図4のように最初に計算したブロックの4倍の範囲について、河岸線のフラクタル次元を計算すると表3.が得られた。データ数が他の範囲と比べて比較的少ない（イ）以外は、下流部から上流部に移るにしたがって、フラクタル次元Dが少しずつ大きくなっている。

表1. 各ブロックごとのフラクタル次元D

	次元D	相関係数R	データ数N
1a	1.0786	0.99955	996
1b	1.0271	0.99990	1751
2b	1.0034	0.99916	1610
2c	1.0128	0.99927	1451
3c	0.96342	0.99519	308
3d	1.0030	0.99971	930
4d	1.0357	0.99896	1384
5d	1.0540	0.99859	2386
6d	1.1280	0.99900	2666
7d	1.0386	0.99991	2956
8d	1.0180	0.99936	2690
9d	0.97999	0.99502	180
9c	1.0442	0.99938	3177
9b	1.1255	0.99855	3573
9a	1.1294	0.99962	4837

表2. 次元D（図3.に対応）

	D	R	N
A	1.0234	0.99981	2747
B	1.0710	0.99812	3061
C	1.0180	0.99966	2622
5d	1.0540	0.99859	2386
6d	1.1280	0.99900	2666
7d	1.0386	0.99991	2956
8d	1.0180	0.99936	2690
D	1.0265	0.99950	3357
9b	1.1255	0.99855	3573
9a	1.1294	0.99962	4837

表3. 次元D（図4.に対応）

	D	R	N
ア	1.0123	0.99994	4375
イ	1.0006	0.99976	2689
ウ	1.0443	0.99960	3770
エ	1.0534	0.99987	5631
オ	1.0719	0.99937	6047
カ	1.1649	0.99927	8421

図5. 筑後川全体の次元D

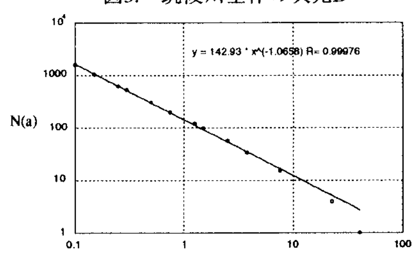

表4. 次元D（各範囲ごと）

	D	R	N
全体	1.0658	0.99976	30895
下流	1.0216	0.99982	7046
中流	1.0689	0.99951	6436
上流	1.1014	0.99960	17413

さらに、全体、下流、中流、上流の各範囲について次元を出したものが表4である。下流・中流・上流の範囲の区分は図2に示す通りで、下流部は北野町付近まで、中流部は夜明ダム付近まで、それより上を上流部とする。筑後川の河岸線全体のフラクタル次元は、図5.に示すように1.0658となった。次元はほぼ1に近く、筑後川の河岸線があまり複雑ではないことを表わしている。また、各範囲の次元については、上流部に移るにつれて約0.04ずつ増加する。

筑後川の河岸線は、平野を流れる下流部から山あいの上流部に移るにしたがって、より複雑な入りくんだ形となっている。フラクタル次元は直線に近ければ1に近づき、平面を埋め尽くすような複雑な形であれば2に近づくので、上流、中流、下流といった広い範囲においては、河岸線の形状の複雑さとそのフラクタル次元とが対応しているといえる。

4.おわりに

解析の結果、フラクタル次元によって、河岸線の形状の特性を、ある程度表現できることがわかった。

今回は川の全体像をフラクタル次元でとらえることが目的であった。より細部ついて河岸線の形状の特徴を捉えるためには、大きな縮尺の図面を用いてより細かなメッシュに区切って解析を行うことが必要である。

<参考文献>　1）石村貞夫、石村園子：フラクタル数学、東京図書、1991