

水制工まわりの二次元非定常流計算

九州工業大学工学部 学生員 ○高崎 美智恵、山口 学
同 上 正 員 秋山 壽一郎、浦 勝

1. はじめに

本研究は、MacCormack法にJamesonの人工粘性と4ステップアルゴリズムを組み込んだ平面二次元非定常流数値モデルを構築し、水制工まわりの流況の予測精度について定量的に調べたものである。

2. 二次元洪水数値モデル

二次元浅水方程式の保存形の連続の式および運動方程式は、式(1)のように与えられる。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{S} = \mathbf{0}; \mathbf{U} = \begin{bmatrix} h \\ u \\ v \end{bmatrix}; \mathbf{E} = \begin{bmatrix} uh \\ u^2h + 0.5gh^2 \\ uvh \end{bmatrix}; \mathbf{F} = \begin{bmatrix} vh \\ uvh \\ v^2h + 0.5gh^2 \end{bmatrix}; \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh(S_{ox} - S_{fx}) \\ -gh(S_{oy} - S_{fy}) \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここに、x、y は流下方向、横断面方向の距離、h は水深、u、v は x、y 方向の流速、g は重力加速度、 S_{ox} 、 S_{oy} は x、y 方向の河床勾配である。また、 S_{fx} 、 S_{fy} は x、y 方向の摩擦勾配であり、それぞれ式(2)のように与えられる。n はManningの粗度係数である。

$$S_{fx} = n^2 u \sqrt{u^2 + v^2} / h^{4/3} \quad (2)$$

$$S_{fy} = n^2 v \sqrt{u^2 + v^2} / h^{4/3}$$

本平面二次元非定常流モデルにおけるMacCormack法では、任意の任意の計算時間ステップのアルゴリズムを次のように表わす。

$$\mathbf{U}_{ij}^p = \mathbf{U}_{ij}^i - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ (1-\alpha) \mathbf{E}_{i+1,j}^i - (1-2\alpha) \mathbf{E}_{i,j}^i - \alpha \mathbf{E}_{i-1,j}^i \right\} - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left\{ (1-\beta) \mathbf{F}_{i,j+1}^i - (1-2\beta) \mathbf{F}_{i,j}^i - \beta \mathbf{F}_{i,j-1}^i \right\} - \Delta t \mathbf{S}_{ij}^i \quad (3)$$

$$\mathbf{U}_{ij}^c = \mathbf{U}_{ij}^p - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ (1-\alpha) \mathbf{E}_{i+1,j}^p - (1-2\alpha) \mathbf{E}_{i,j}^p - \alpha \mathbf{E}_{i-1,j}^p \right\} - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left\{ (1-\beta) \mathbf{F}_{i,j+1}^p - (1-2\beta) \mathbf{F}_{i,j}^p - \beta \mathbf{F}_{i,j-1}^p \right\} - \Delta t \mathbf{S}_{ij}^p \quad (4)$$

ここに、 Δx 、 Δy は x、y 方向の刻み幅であり、添え字 p および c はそれぞれ予測子と修正子を意味する。また、 α 、 β は差分の方向を決めるためのパラメータであり $\alpha = \beta = 0.0, 1.0$ のときがそれぞれ前進・後退差分となる。 Δt は CFL の安定性条件に基づき、式(6)のように与えられる。 C_r はCourant数である。

$$\mathbf{U}_{ij}^{t+1} = 0.5(\mathbf{U}_{ij}^i + \mathbf{U}_{ij}^c) \quad (5)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x C_r}{\max(|u| + |v| + \sqrt{2gh})} \quad (6)$$

さらに、数値振動を抑えるため、式(7)、

$$\xi_{ij}^x = \frac{|h_{i+1,j} + 2h_{i,j} + h_{i-1,j}|}{|h_{i+1,j}| + |2h_{i,j}| + |h_{i-1,j}|}; \xi_{ij}^y = \frac{|h_{i,j+1} + 2h_{i,j} + h_{i,j-1}|}{|h_{i,j+1}| + |2h_{i,j}| + |h_{i,j-1}|} \quad (7)$$

(8)、(9)に示すJameson⁹⁾の人工粘性係数 k を用いた。つまり式(5)で求められた $\mathbf{U}_{ij}^{t+1}$

$$\xi_{i+1/2,j}^x = k \max(\xi_{ij}^x, \xi_{i+1,j}^x); \xi_{i,j+1/2}^y = k \max(\xi_{ij}^y, \xi_{i,j+1}^y) \quad (8)$$

は、最終的に式(10)で補正される。

$$\xi_{i+1/2,j}^x = k \max(\xi_{ij}^x, \xi_{i+1,j}^x); \xi_{i,j+1/2}^y = k \max(\xi_{ij}^y, \xi_{i,j+1}^y) \quad (9)$$

$$\mathbf{U}_{ij}^{t+1} = \mathbf{U}_{ij}^{t+1} + \left[\xi_{i+1/2,j}^x (\mathbf{U}_{i+1,j}^{t+1} - \mathbf{U}_{i,j}^{t+1}) - \xi_{i-1/2,j}^x (\mathbf{U}_{i,j}^{t+1} - \mathbf{U}_{i-1,j}^{t+1}) \right] + \left[\xi_{i,j+1/2}^y (\mathbf{U}_{i,j+1}^{t+1} - \mathbf{U}_{i,j}^{t+1}) - \xi_{i,j-1/2}^y (\mathbf{U}_{i,j}^{t+1} - \mathbf{U}_{i,j-1}^{t+1}) \right] \quad (10)$$

3. 解析結果

実験条件を表1に示す。上流端は開境界、下流端は(a)では開境界、(b)と(c)では8cm堰上げをして計算を行い、壁面に沿う流れの成分は slip 条件とした。計算条件は $n=0.01$ 、 $C_r=0.95$ 、 $\Delta x=\Delta y=5\text{cm}$ である。

水制まわりの水深 h と流速ベクトル(u, v)を実験値と比較したものを図1、2、3に示す。ただし(A)は実験結果、(B)は計算結果である。図2は常流の場合で、図1と3は常・射流が混在した場合である。水深については、図1と2では良好に再現されており、図3ではやや異なる結果が得られている。これは、 $k=0.3$ として異なる流況を呈する3ケースの計算を行っているが、ある一定のk値では全ての流れを良好に再現できないためである。また、流速ベクトルについては、図1において水制まわりで流

表1 実験条件

	(a) 永瀬ら(1995)	(b) 斎藤ら(1997)	(c) 斎藤ら(1997)
水路長 (m)	7.00	20.0	20.0
水路幅 (m)	0.40	0.50	0.50
河床勾配	0.04	0.0006	0.0061
流量 (m ³ /s)	0.0132	0.0100	0.0149
水制長 (m)	0.20	0.15	0.15
水制幅 (m)	0.10	0.05	0.05
水制間隔 (m)	N.A	0.30	0.30

れがまわり込む様子や、図2と3において水制間に発生する水平渦の様子が良好に再現されている。しかし、再付着点の位置については若干の問題が残るようである。以上のことより、本モデルは直線水路における水制まわりの流況をかなりの精度で再現できることがわかった。

参考文献：(1) Jameson et al.(1971), AIAA 14th Conf. (2) 永瀬ら(1995), 第50回年講
(3) 斎藤ら(1997), 西部支部.

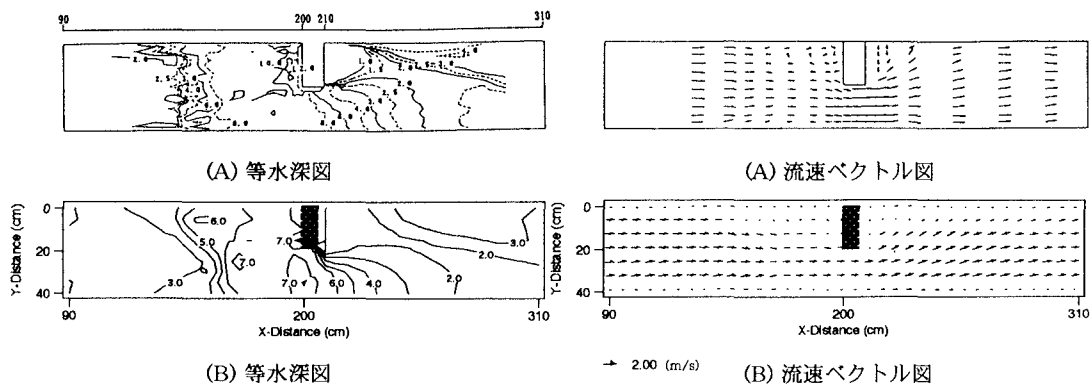


図1 永瀬ら⁽²⁾ (a)

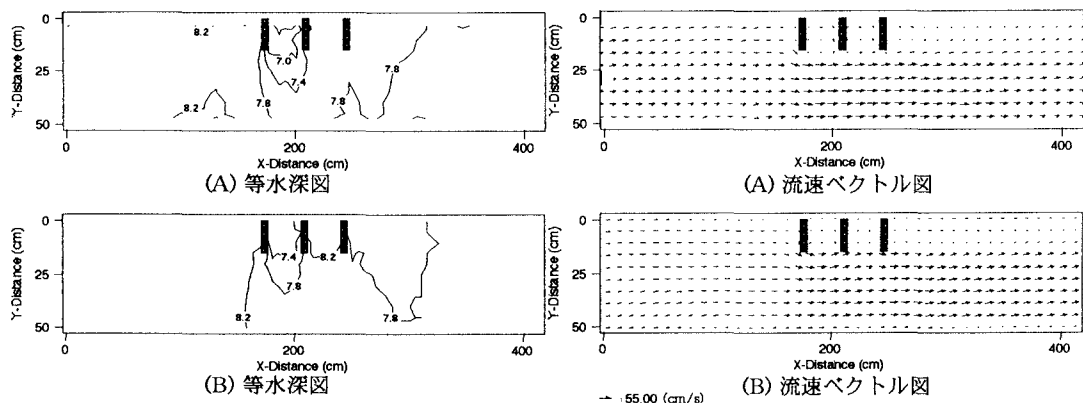


図2 斎藤ら⁽³⁾ (b)

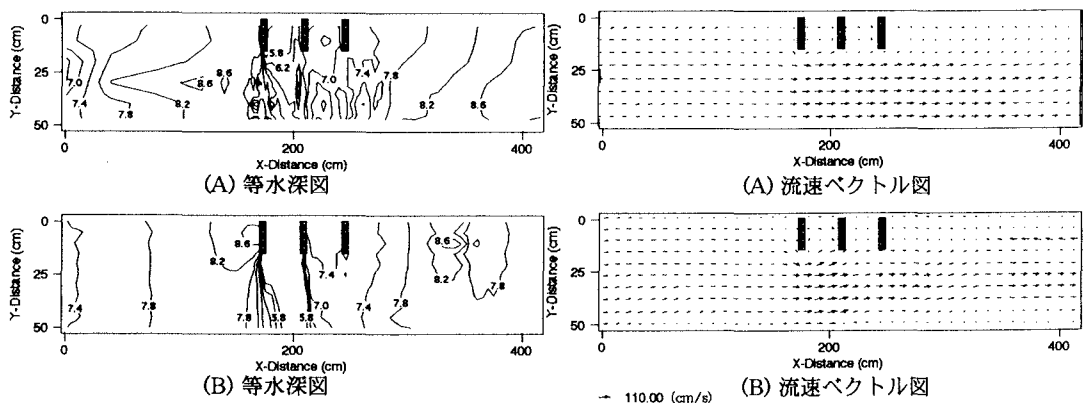


図4 斎藤ら⁽³⁾ (c)