静止流体中に瞬間的に投下された重たい流体塊の流動特性の予測

九州工業大学工学部　学生員○今宮　盛雄、天田　尚志
同　　上　　正　員　秋山　壽一郎、浦　　勝

1．序論

近年、大規模な人工島の建設工事が各地で行なわれているが、この際、経済性を考慮して底開バージによる土砂直投工が用いられるのが通常である。この土砂直投工において問題となるのが濁質の拡散問題であり、投下濁水塊の流動・拡散現象の水理学的特性を解明することは、水質環境の保全の立場から極めて重要である。本研究は、このような現象を解明するための第一段階として、一様密度の静止流体中を降下する保存性2次元鉛直自由サーマルの流動特性について理論的研究を行なったものである。

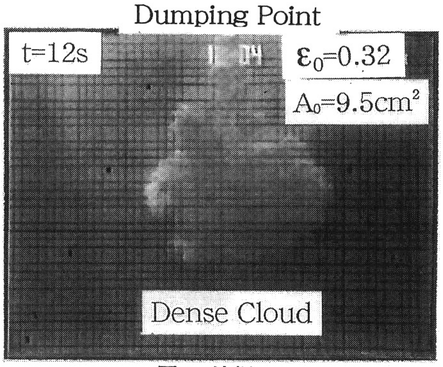

図1　流況

2．理論的考察

図1は流況の一例であるが、サーマルはほぼ左右対称の渦対より構成されており、激しく周囲流体をサーマル内部に取り込みながら発達していく様子がわかる。

静止流体中を鉛直方向に流下する保存性2次元鉛直自由サーマルを図2のようにモデル化する。V.O.は鉛直自由サーマルの最大高さが零となる仮想原点(Virtual Origin)位置である。現象のモデル化にあたって以下のような仮定を設ける。(1)サーマルの形状は流下方向に相似形を保つ、(2)サーマルの形状は楕円で近似できる、(3)サーマルの内部は完全混合状態である、(4)周囲水の密度は均一である、(5)初期総有効重力は保存される、(6)Boussinesqサーマルとする。

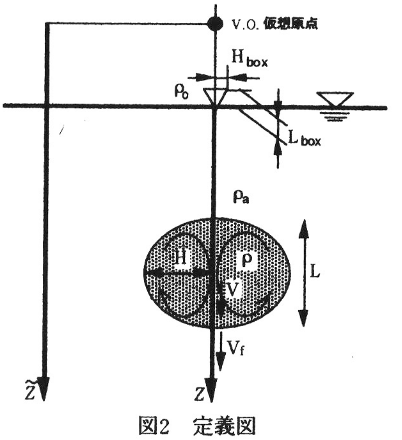

図2　定義図

2次元鉛直自由サーマルの基礎方程式を以下に示す。これらは、定義図におけるサーマルを対象にしたものである。

$$\frac{d}{dt}(S_1HL)=q_e \cdots (1) \quad ; \quad \frac{d}{dt}(S_1BHL)=0 \cdots (2) \quad ; \quad \frac{d}{dt}\left\{S_1HL(1+A_m)V\right\}=S_1BHL-2C_dV^2H \cdots (3)$$

ここに、形状係数S_1およびS_2は式(4)、(5)で表され、連行量q_eは式(6)で定義される。

$$S_1=\frac{\pi}{2} \cdots (4) \quad ; \quad S_2=\frac{2\left(\pi/2^{3/2}\right)\sqrt{4F^2+1}}{\sqrt{F}} \cdots (5) \quad ; \quad q_e=E_dS_2\sqrt{HL}V \cdots (6)$$

次に、基礎方程式の解析解を式(7)～(9)に、数値解のために基礎方程式を変形した支配方程式を式(12)～(14)にそれぞれ示す。

$$H=\frac{E_d\sqrt{F}S_2\tilde{z}}{2S_1} \cdots (7) \quad ; \quad B=\frac{4S_1^2B_0H_0^2}{E_d^2FS_2^2\tilde{z}^2} \cdots (8) \quad ; \quad V=\sqrt{\tilde{z}^{-S}\left(\frac{2T\tilde{z}^{S-1}}{S-1}+C\right)} \cdots (9)$$

ここに、Cは積分定数であり、定数SおよびTは式(10)、(11)である。

$$S=4\left\{1+\frac{2\sqrt{F}C_dS_1}{(1+A_m)E_dS_2}\right\} \cdots (10) \quad ; \quad T=\frac{8S_1^2B_0H_0^2}{(1+A_m)E_d^2FS_2^2} \cdots (11)$$

$$\frac{dH}{d\tilde{z}}=\frac{E_d\sqrt{F}S_2}{2S_1}\quad\cdots(12)\qquad\qquad \frac{dB}{d\tilde{z}}=-\frac{2B}{H}\frac{dH}{d\tilde{z}}=-\frac{E_d\sqrt{F}S_2B}{S_1H}\quad\cdots(13)$$

$$\frac{dV}{d\tilde{z}}=-\frac{E_d\sqrt{F}S_2V}{S_1H}+\frac{B}{(1+A_m)V}-\frac{2FC_dV}{(1+A_m)S_1H}\quad\cdots(14)$$

ここに、$\tilde{z}$＝仮想原点からの距離、H＝サーマル幅、L＝サーマル長、V＝重心移動速度、B＝有効重力(=$((\rho-\rho_a)/\rho_a)g$)、F＝断面アスペクト比、E_d=連行係数(図3)、A_m=付加質量係数(=2F)、C_d=抵抗係数、g=重力加速度である。また、添字0は特性量の初期値を示す。

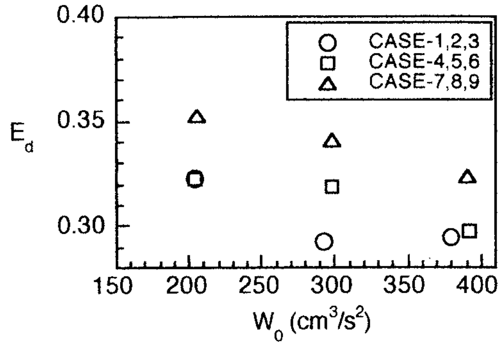

図3 連行係数

3.Overall Richardson数R_iの定義と抵抗係数の算定

Overall Richardson数R_iを式(15)のように定義すると、支配方程式より$dR_i/d\tilde{z}$の関係式が式(16)のように得られる。

$$R_i=\frac{BH}{V^2}\quad\cdots(15)\qquad;\qquad \frac{dR_i}{d\tilde{z}}=\frac{3E_d\sqrt{F}S_2R_i}{2S_1H}-\frac{2R_i^2}{(1+A_m)H}+\frac{4FC_dR_i}{S_1(1+A_m)H}\quad\cdots(16)$$

式(16)において、サーマルの確立領域では$dR_i/d\tilde{z}=0$がほぼ成立するので[1]、抵抗係数C_dは式(17)のように与えられる。

$$C_d=\frac{S_1}{2F}\left\{R_i-\frac{3(1+2F)}{2}\frac{dH}{d\tilde{z}}\right\}\quad\cdots(17)$$

式(17)において、$dH/d\tilde{z}$などの諸量は実験的に簡単に決定できる。また、R_iも式(15)を初期総有効重力W_0(=$S_1B_0H_0^2/F$)で表した式(18)のOverall Richardson数R_iを用いることによって、密度などの厄介な計測を行わずに、可視化実験によって算定できる特性量を用いて実験的に決定できる。W_0とC_dとの関係を図4に示す。

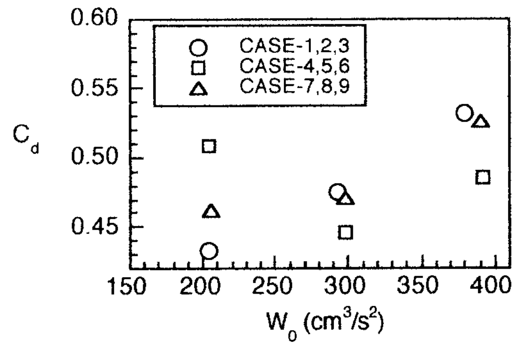

図4 抵抗係数

$$R_i=\frac{FW_0}{S_1V^2H}\quad\cdots(18)$$

4．実験値と理論値との比較

図5は、サーマル幅H、重心移動速度V、有効重力BのCASE4の実験値(ε_0=0.32、A_0=0.65)と理論値とを比較したものである。初期値は、H_0=0.1cm、V_0=1000cm/s、B_0=100cm/s^{2}である。なお、Bの値は式(15)と式(18)より算出した。

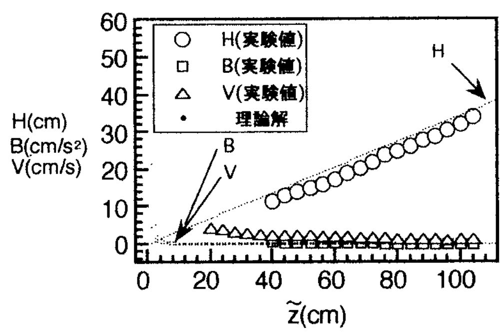

図5 理論解と実験値

5．結論

本研究では、保存性2次元鉛直自由サーマルの流動特性量の解明とその理論的解析を行なった。本研究は、今後の研究目標である流水中の2次元自由サーマルの流動特性の解明の基礎となるものである。

参考文献：(1)天田、秋山、浦、今宮(1997)，西部支部。