

## 変動軸力を受けるケーブルの分岐応答に及ぼす過渡振動及び高次モードの影響

長崎大学大学院 学生員○花田博史

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

1. まえがき 斜張橋の主桁もしくは塔が風荷重や走行荷重によって振動すると、支持ケーブルに振幅の大きな局部振動が発生することが指摘されている。この振動の原因の1つに係数励振振動問題が考えられる。著者らは、この問題に対し周期的変動軸力と面内変動荷重が同時に作用する場合のケーブルの非線形応答として解析を行い、その定常振動の応答特性を明らかにした<sup>1)</sup>。土木構造物に現れる振動の多くは過渡振動であることを考えると、過渡振動の影響を評価しておく必要がある。また、文献1)ではケーブルの1次振動のみを考え、1次固有振動数近傍のみの応答とその2倍で現れる分岐応答に着目している。しかし、ケーブルは連続体であるから1次振動の応答と高次振動の応答を評価しておく必要がある。そこで、本研究では、変動軸力を受けるケーブルの過渡振動を平均法<sup>2)</sup>を用いて解析し、次いでケーブルを2自由度系で仮定し1次固有振動数の2倍で現れる分岐応答に及ぼす2次振動の影響を解析する。

2. 解法 変動軸力と面内荷重を受ける偏平ケーブル(サグ比 1/8 以下)の運動方程式<sup>1)</sup>の解を2自由度系で仮定する。

$$w = IT_1(t)W_1(x) + IT_2(t)W_2(x) \quad (1)$$

$T_1, T_2$ : 1次および2次振動の時間関数,  $W_1, W_2$ : 座標関数で線形振動の対称1次, 2次の固有振動形。

式(1)を運動方程式に代入し、Galerkin法を適用し線形減衰力を考慮すると、1次および2次振動の時間に関する常微分方程式を得る。

$$\begin{aligned} \ddot{T}_1 + 2h_1\omega_1\dot{T}_1 + (\omega_1^2 + a_1\bar{H}_t \cos \bar{\omega}\tau)T_1 + b_1\bar{H}_t \cos \bar{\omega}\tau \cdot T_2 + c_1T_1^2 + d_1T_1T_2 + e_1T_2^2 + f_1T_1^3 \\ + g_1T_1^2T_2 + h_1T_1T_2^2 + i_1T_2^3 = j_1\bar{p}_0 \cos(\bar{\omega}\tau + \varphi) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{T}_2 + 2h_2\omega_2\dot{T}_2 + a_2\bar{H}_t \cos \bar{\omega}\tau \cdot T_1 + (\omega_2^2 + b_2\bar{H}_t \cos \bar{\omega}\tau)T_2 + c_2T_1^2 + d_2T_1T_2 + e_2T_2^2 + f_2T_1^3 \\ + g_2T_1^2T_2 + h_2T_1T_2^2 + i_2T_2^3 = j_2\bar{p}_0 \cos(\bar{\omega}\tau + \varphi) \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 $\omega_1, \omega_2$ : 1次および2次振動の無次元固有円振動数,  $h_1, h_2$ : 対称1次および2次振動の減衰定数,  $\bar{H}_t = H_t/H_e$ : 無次元変動軸力の振幅,  $\bar{\omega} = \Omega/n_0$ : 無次元加振円振動数,  $\bar{p}_0 = p_0/H_e$ ,  $\tau = n_0t$ : 無次元時間,  $n_0 = \sqrt{H_e\pi^2/ml^2}$ : 弦の第1次の固有円振動数,  $a_1 \sim j_1, a_2 \sim j_2$ : ケーブルのサグ比  $\gamma = f/l$ , 縦波-横波伝播速度比  $k = \sqrt{EA/H_e}$  および  $W_1, W_2$  で定まる係数。

ここでは1次固有振動数の2倍の分岐応答と2次振動の主共振を考えるため、解を次式で仮定する。

$$T_1 = c_{10} + c_{1/2} \cos \frac{\bar{\omega}\tau}{2} + s_{1/2} \sin \frac{\bar{\omega}\tau}{2} + c_{11} \cos \bar{\omega}\tau + s_{11} \sin \bar{\omega}\tau \quad (4)$$

$$T_2 = c_{20} + c_{21} \cos \bar{\omega}\tau + s_{21} \sin \bar{\omega}\tau \quad (5)$$

ここに、 $c_{10}, c_{1/2}, s_{1/2}, c_{11}, s_{11}$ : 1次振動の振幅成分,  $c_{20}, c_{21}, s_{21}$ : 2次振動の振幅成分。

式(4),(5)を式(2),(3)にそれぞれ代入し、調和バランス法を適用すると8個の非線形連立代数方程式が得られる。この方程式にNewton-Raphson法を用い、初期値を入れて解けば定常振幅成分が得られる。また、式(2),(3)をそれぞれ2元連立の1階常微分方程式に変換し、Runge-Kutta-Gill法を用いると時間応答が得られる。

過渡振動を1次振動のみで考えると、式(2)で連成項を無視した式に式(4)を代入し、平均法を適用することによって5個の平均化方程式を得る。過渡振動の応答は、これらの平均化方程式にRunge-Kutta-Gill法を適用し、各振幅成分を求め、式(5)に代入することによって得られる。

3. 解析結果 (1)過渡振動の影響 図-1は、サグ比  $\gamma=0.03$  の偏平ケーブル(縦波-横波伝播速度比  $k=30$ , 周期的変動軸力の振幅  $\bar{H}_t=0.1$ , 減衰定数  $h=0.005$ , 面内変動荷重の振幅  $\bar{p}_0=0.1$ , 位相角  $\varphi=0$ ) の初変位および初速度が0の初期条件における過渡振動を示している。○, □は、平均化方程式から得られた0~200無次

元時間における最大応答である。なお○,□は、それぞれ定常状態となった場合に周期  $T$ ,  $2T$  の解に対応する。なお、式(3)に示すように平均法は周期  $T$  と  $2T$  の解のみを仮定している。一方、●(T), ■(2T)は、直接数値積分して得られた  $0 \sim 200$  無次元時間における過渡振動の最大応答を示している。平均法も直接数値積分も  $1/2$  分数調波共振の過渡振動の最大応答を求めるために、初変位  $T_1(0) = 0.01$  (初速度  $\dot{T}_1(0) = 0$ ) を与えている。また、比較対照のために定常解を実線で示す。過渡振動における最大応答は定常振動の 1.5 倍ほどの大きさを示す。図-2, 3 は  $\bar{\omega} = 1.8$  における平均法により求めた  $0 \sim 200$  無次元時間の時間応答波形と直接数値積分して求めた  $0 \sim 200$  無次元時間の時間応答波形を比較したものである。両者ともうなりを伴った波形を示すが、両者を比較すると振幅も波形もほとんど一致する。明らかに周期  $T$  の成分が強い主共振近傍や周期  $2T$  の成分が強い  $1/2$  分数調波共振近傍では、波形も振幅も直接数値積分による解と一致し、平均法による解の精度は十分であると言える。しかし、非線形項が大きく高調波成分が大きくなる場合には、式(3)の仮定では高調波共振の過渡解は求められず、それぞれの周期解の仮定が必要となる。

(2)高次モードの影響 図-4 は、サグ比  $\gamma = 0.02$  の偏平ケーブル (縦波-横波伝播速度比  $k=30$ , 周期的変動軸力の振幅  $\bar{H}_t = 0.3$ , 減衰定数  $h_1, h_2 = 0.005$ , 面内変動荷重の振幅  $\bar{p}_0 = 0.1$ , 位相角  $\varphi = 0$ ) の 2 次振動まで考慮した応答曲線を示している。○, △は、それぞれ 1 次および 2 次振動のシミュレーション解を示している。解析解とシミュレーション解は 1 次振動の高調波共振領域を除くと一致している。サグ比  $\gamma = 0.02$  の場合、 $\omega_1 = 1.68, \omega_2 = 3.04$  となるため、1 次固有振動数の 2 倍で起こる分岐応答と、2 次振動の主共振が連成する可能性がある。しかし、2 次振動の応答振幅は 1 次振動に比べて小さく、1 次振動の分岐応答においても 2 次振動の影響はほとんど受けていないことが分かる。

4. まとめ 詳しい内容については講演時に発表する。

参考文献 1)高橋和雄, 鎌田智之, 花田博史: 係数励振力と周期的変動荷重を受ける偏平ケーブルの非線形振動, 土木学会論文集, No.549/I-37, pp.115~124, 1996.10. 2)井上順吉: 機械力学, 理工学社, pp.199~227, 1982.

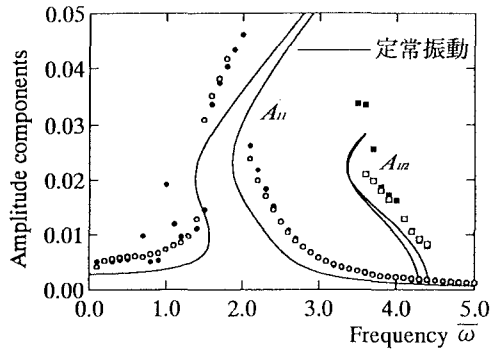


図-1 過渡振動の最大応答

平均法—○: T, □: 2T, 直接数値積分—●: T, ■: 2T  
( $\gamma = 0.03, k = 30, \omega_1 = 2.18, h = 0.005$ ,  
 $\bar{H}_t = 0.1, \bar{p}_0 = 0.1, \varphi = 0$ )

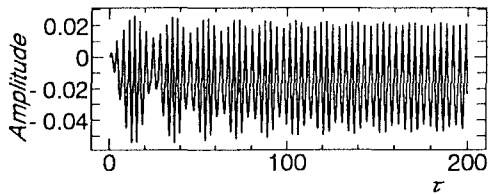


図-2 平均法による時間応答波形 ( $\bar{\omega} = 1.8$ )

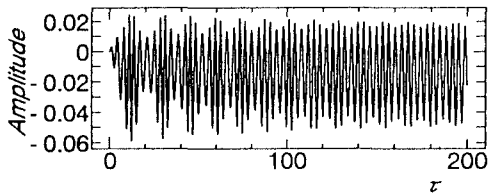


図-3 直接数値積分による時間応答波形 ( $\bar{\omega} = 1.8$ )

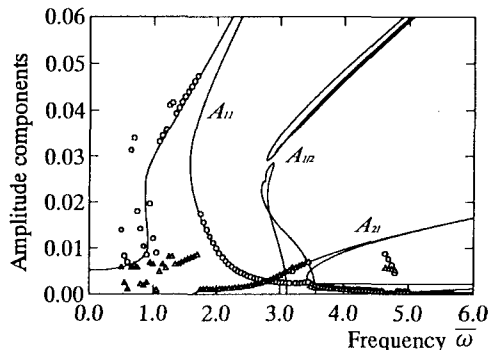


図-4 応答曲線

○, △: 1 次および 2 次振動のシミュレーション解  
( $\gamma = 0.02, k = 30, \omega_1 = 1.68, \omega_2 = 3.04$ ,  
 $h_1 = 0.005, h_2 = 0.005, \bar{H}_t = 0.3, \bar{p}_0 = 0.1, \varphi = 0$ )