

## TLDの非線形水平振動に対する等価振動系近似

九州工業大学 工学部 正員 ○高西照彦  
 九州工業大学 工学部 正員 多田 浩  
 大分高等工業専門学校 正員 園田敏矢

## 1. まえがき

TLD（同調液体ダンパー）を設置した構造物が、風や地震等の外乱を受けたときの動的応答解析を行う場合、TLD内容液の等価振動系が与えられていれば、それは構造物との連成振動を解析するのに用いて非常に便利である。TLDが線形振動するときの等価振動系については既に広く知られているが、非線形振動をする場合のそれについては、わずかに藤野ら<sup>1)</sup>、若原<sup>2)</sup>が言及しているに過ぎないようである。本論では長方形TLDが強制変位を受けてその内容液が非線形振動を行う場合（ただし、碎波を生ずるまでには至らぬ範囲内）に、その振動現象を近似的に表現する等価振動系を提案した。

## 2. 等価振動系

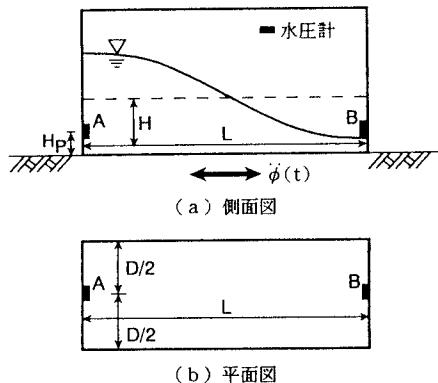


図-1 長方形TLD

線形振動を行う長方形TLD内容液に対する等価振動系は、等価質量 $m_{w1}$ 、等価ばね定数 $k_{w1}$ を用いて表され、それが図-1に示すような強制加振 $\phi(t)$ をうけたときの振動方程式は、内容液の1次振動モードのみを考えれば

$$m_{w1}\ddot{\xi} + c_{w1}\dot{\xi} + k_{w1}\xi = -m_{w1}\ddot{\phi} \quad (1)$$

と表される。ここに、 $\xi$ は等価質量 $m_{w1}$ の変位を表す規準座標、 $c_{w1}$ は等価減衰係数である。 $m_{w1}$ 、 $k_{w1}$ は

$$m_{w1} = (8\rho DL^2/\pi^3) \tanh(\pi H/L) \quad (2)$$

$$k_{w1} = m_{w1}n_{w1}^2 \quad (3)$$

$$n_{w1}^2 = (\pi g/L) \tanh(\pi H/L) \quad (4)$$

によって与えられる。ここに、 $\rho$ : 内容液の密度、 $n_{w1}$ : 内容液の1次の固有円振動数である。その他の記号については図-1に示す通りである。また、TLDの全壁面動水圧は次式によって求められる。

$$P = -m_{w1}(\ddot{\xi} + \ddot{\phi}) \quad (5)$$

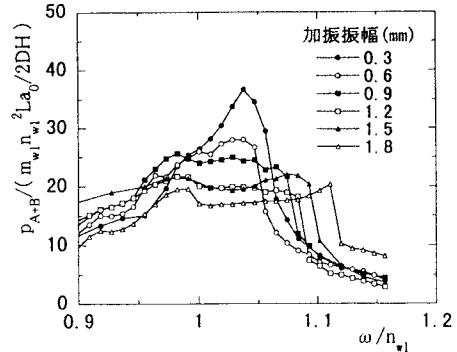


図-2 点A+Bの壁面動水圧分布強度の共振曲線（実験値）

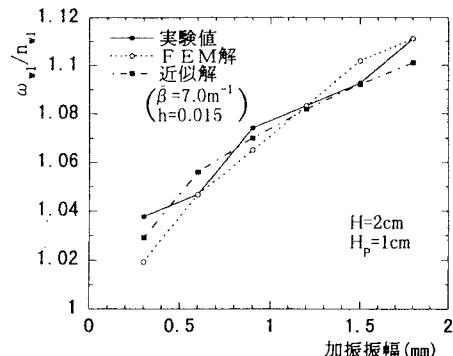


図-3 加振振幅と壁面動水圧の共振振動数の関係

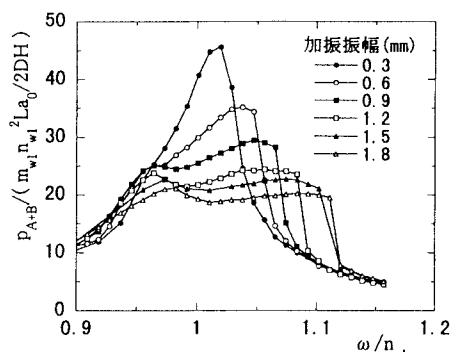


図-4 点A+Bの壁面動水圧分布強度の共振曲線（FEM解）

非線形振動を行う長方形TLD内容液に対する等価振動系については、TLDの強制振動実験及びブジネスク方程式を利用したFEM解析によって求めた壁面動水圧の

共振曲線の形とそれが加振振幅の増加に対して変化する様子とを参照することによってこれを定めた。TLDの強制振動実験によって得られた結果の一例を図-2, 3に、FEM解析によって得られたそれを図-4, 3に示す。

実験に用いたTLDの大きさは $L = 20\text{cm}$ ,  $D = 8\text{cm}$ である。水深は $H = 2\text{cm}$ とし、水圧計は $H_P = 1\text{cm}$ の所に設置した。実験結果とFEM解析によって得られた結果とは比較的よく一致していた<sup>3)</sup>。図-2, 4の縦軸は図-1に示す点A, Bにおける単位面積当たりの壁面動水圧の和( $p_{A+B}$ )を入力加速度にもとづく慣性力によって無次元化して表している。ここに、 $a_0$ は無次元入力加速度で、入力加速度を $\alpha$ としたとき $a_0 = \alpha/Ln_{w1}^2$ である。同図から加振振幅が大きくなるに従って、共振曲線のピークは $\omega/n_{w1}$ の大きい方に移動し、同時にピークの高さは低くなることがわかる。また、図-3は加振振幅の大きさと壁面動水圧の共振振動数の関係を示したもので、同図から共振振動数 $\omega_{w1}$ (共振曲線の最大値に対応する加振円振動数)は加振振幅に対してほぼ直線的に増加しているといえる。

上記のことを考慮して、TLDの非線形振動領域における動的挙動を表すためのできるだけ簡単な等価振動系として、次に示すような非線形振動方程式を満たすものを採用した。

$$m_{w1}\ddot{\xi} + c_{w1}\dot{\xi} + k_{w1}(1 + \bar{\beta}|x|)x = -m_{w1}\ddot{\phi} \quad (6)$$

上式は、等価質量と等価減衰係数は線形時の値を採用し、等価ばね定数のみに非線形性 $k_{w1}\bar{\beta}|x|$ を付与したモデルを表している。

いま、式(6)において  $\phi = \alpha/\omega^2 \sin \omega t$  (7)  
の場合の定常解の第1次近似解  $\xi = X \sin(\omega t - \varphi)$  (8)  
を求めれば、 $X, \varphi$ は次式によって与えられる。

$$(n_{w1}^2 - \omega^2 + \frac{8}{3\pi}\bar{\beta}n_{w1}^2 X)^2 X^2 = \alpha^2 - (2hn_{w1}\omega X)^2 \quad (9)$$

$$\sin \varphi = 2hn_{w1}\omega X / \alpha \quad (10)$$

$$h_{w1} = c_{w1}/2m_{w1}n_{w1} \quad (11)$$

動水圧は次式によって算出される。

$$\frac{P}{m_{w1}n_{w1}^2 La_0} = \frac{X}{La_0} \left( \frac{\omega}{n_{w1}} \right)^2 \sqrt{1 + 2 \frac{La_0}{X} \left( \frac{n_{w1}}{\omega} \right)^2 \cos \varphi + \left( \frac{La_0}{X} \left( \frac{n_{w1}}{\omega} \right)^2 \right)^2} \cdot \sin(\omega t - \delta) \quad (12)$$

$$\delta = \tan^{-1} \left[ \sin \varphi / \left\{ \cos \varphi + \frac{La_0}{X} \left( \frac{n_{w1}}{\omega} \right)^2 \right\} \right] \quad (13)$$

### 3. 計算結果及び考察

加振振幅が大きい場合、動水圧の共振曲線は図-5のh-i-jに示すような不安定領域が生ずる。実験結果及びFEM解析の結果をみると、その共振曲線としては図-5

においてa-b-c-d-f-gではなく、a-b-e-f-gが実現されているようである。これは入力加速度が完全な正弦波ではなく、その波にわずかな乱れが存在するためにそのような現象が生じるのではないかと思われる。上述の非線形性による不安定領域を考慮して動水圧の共振曲線を求めた結果を図-6に示した。また、加振振幅と共振振動数の関係を図-3に示した。数値計算に当たって、 $h_{w1}$ については線形領域における実験結果によく合うようにその値を定め、 $\bar{\beta}$ については実験結果及びFEM解析結果によく合うようにその値を定めた。図-3から3者の結果は比較的よく一致していることがわかる。図-2, 4, 6を比べると近似解の結果は加振振幅の増加に伴う共振曲線のピーク値の $\omega$ の大なる方向への移動についてはこの現象をよくシミュレートしているが、それと同時に生ずるピーク値の減少についてはこれをうまく説明できていないことがわかる。これは、式(6)においては減衰についても多少の非線形性を考慮しなければならないことを示唆しているものと考えられる。

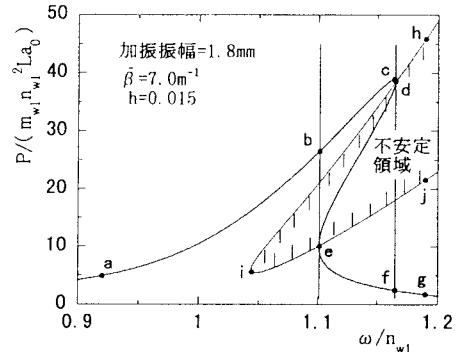


図-5 全壁面動水圧の共振曲線と不安定領域

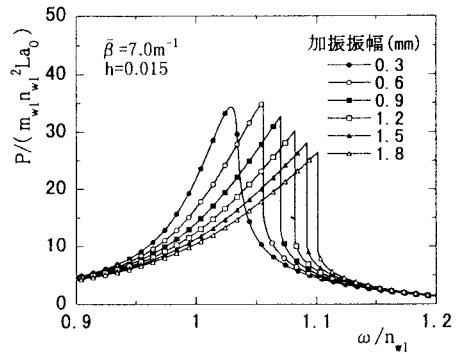


図-6 全壁面動水圧の共振曲線(近似解)

- 1) 藤野他：TMDアナロジーをベースにしたTLDの特性の理解、構造工学論文集 vol.36A, 1990.3.
- 2) 若原俊裕：同調液体ダンパーを用いた構造物の風応答制御に関する研究、学位論文, 1996.9.
- 3) 高西他：長方形TLDの非線形領域における壁面動水圧の動特性、第1回免振・制振コロキウム講演論文集, 1996.11.