構造物振動の振動減衰パワー解析手法

長崎大学工学部　学生員○小城　知代
長崎大学工学部　正　員　岡林　隆敏
長崎大学大学院　学生員　馬渡あかね

1．はじめに

土木構造物は規模が大きいために，地震や風により振動が誘起される場合，構造物の振動パワーは大きな値となる．このような大規模な構造物の振動制御では，構造物に十分な制御力を作用させることができない．外力が作用する構造物の振動を，エネルギー的視点からみた場合，外力の仕事により構造物に取り込まれたパワーは，減衰パワーとして系外に放出される．構造物の振動制御とは，構造物に付加装置を取り付けることにより，構造物の振動エネルギーを解放することであると考えることができる．本研究では，構造物の振動をパワーの流れとしてとらえ，散逸するパワーを解析し，可視化することを試みる．数値解析例として地震外力を受ける５自由度系を対象にして，減衰パワーの流れを計算したので，その結果について報告する．

2．振動減衰パワーの定義式

解析の対象とした５層構造物と，この解析モデルを，それぞれ図－１のa)およびb)に示す．

変位ベクトルを $y=[y_1\ y_2\ y_3\ y_4\ y_5]^T$ と定義すると，質量マトリクス m，減衰係数マトリクス c，剛性マトリクス k を用いて構造物の運動方程式は次式で与えられる．

$$m\ddot{y}+c\dot{y}+ky=f(t) \qquad (1)$$

また y は，基準座標 q，および振動モード Φ を用いて $y=\Phi q$ と表わされることにより，（１）式は，

$$\ddot{q}+H\dot{q}+\Omega q=\Phi^T f(t) \qquad (2)$$

となる．ただし，各係数マトリクスは，

$$H=\Phi^T c\Phi=[2h_i\omega_i],\quad \Omega=\Phi^T k\Phi=[\omega_i^2] \qquad (3)$$

である．ここで h_i および ω_i は，それぞれ i 次の減衰定数および固有円振動数を示す．図－２に構造物の５次振動までの振動モードを，表－１にこの構造物の振動特性を示す．外力としては図－３に示すようなElCentro地震波を与える．

各次モードの減衰パワーの合計を $D_1(t)$ とすると，これは次式で表わすことができる．

$$D_1(t)=\dot{y}^T c\dot{y}=\sum_{i=1}^{5}2h_i\omega_i\dot{q}_i^2 \qquad (4)$$

また各節点の減衰パワーの合計を $D_2(t)$ とすると，$\dot{y}$ および減衰係数マトリクス c を用いて，次式で表わせる．

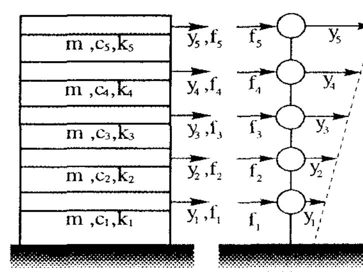
$$D_2(t)=\sum_{i=1}^{5}y_i\bar{c}_i\dot{y}\quad ,\quad c=[\bar{c}_1\ \bar{c}_2\ \bar{c}_3\ \bar{c}_4\ \bar{c}_5]^T \qquad (5)$$

3．減衰係数行列の同定

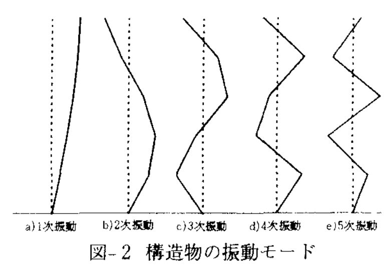
振動減衰パワーを求めるにあたっては c が必要となる．通常，線形系では比例減衰系が適用される．これは c を m と k の1次結合として考え，

$$c=\alpha m+\beta k \qquad (6)$$

とする．ここで α，β は比例定数である．しかし，c を作成するのは実際は困難であるので，実験で求めたモード減衰より c を同定する．したがって c は（３）の第1式より，



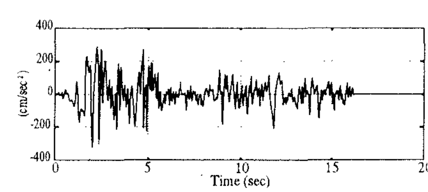
図－１　５層構造物



図－２　構造物の振動モード

表－1 構造物の振動特性

	振動数 f (Hz)	減衰定数 h	
		case 1	case 2
1次	0.7742	0.02	0.01
2次	2.2599	0.02	0.02
3次	3.5625	0.02	0.03
4次	4.5765	0.02	0.04
5次	5.2198	0.02	0.05



図－３　El Centro地震波形

$$c = \left(\Phi^T\right)^{-1} H(\Phi)^{-1} \qquad (7)$$

のように導くことによって求められる．Hの要素である減衰定数hをcase 1の場合，

$$h = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 \end{bmatrix}$$

とする．case 2の場合，

$$h = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.02 & 0.03 & 0.04 & 0.05 \end{bmatrix}$$

とする．case 1および2におけるcマトリクスをc_1，c_2とすると，以下のようになる．

$$c_1 = \begin{bmatrix} 0.0510 & -0.0146 & -0.0025 & -0.0010 & -0.0006 \\ -0.0146 & 0.0485 & -0.0156 & -0.0032 & -0.0017 \\ -0.0025 & -0.0156 & 0.0479 & -0.0163 & -0.0042 \\ -0.0010 & -0.0032 & -0.0163 & 0.0469 & -0.0188 \\ -0.0006 & -0.0017 & -0.0042 & -0.0188 & 0.0322 \end{bmatrix}$$

$$c_2 = \begin{bmatrix} 0.0902 & -0.0476 & 0.0042 & -0.0017 & 0.0002 \\ -0.0476 & 0.0944 & -0.0493 & 0.0044 & -0.0015 \\ 0.0042 & -0.0493 & 0.0946 & -0.0491 & 0.0027 \\ -0.0017 & 0.0044 & -0.0491 & 0.0929 & -0.0449 \\ 0.0002 & -0.0015 & 0.0027 & -0.0449 & 0.0453 \end{bmatrix}$$

4．数値解析結果

図－4，5は減衰係数hをcase 2とした場合の計算結果である．各次モードの減衰パワーの計算結果を，図－4に示す．この図から構造物の減衰パワーの大半が1次振動より散逸しており，その最大値は約7.7×10^3（W）であることがわかる．特に，地震外力の作用が止まる約16秒以降は，構造物の減衰パワーは，ほぼ1次振動のみから散逸する．各節点の減衰パワーの計算結果を図－5に示す．この図から5節点目が比較的大きな値を示しており，その最大値は約7.0×10^3（W）であることがわかる．また，約5秒までの間は各節点でほぼ均等に減衰パワーが発生し，16秒以降は各節点で1次振動モードの形に比例した割合でエネルギーが放出されている．各次モード，各節点の減衰パワーと散逸エネルギー計算結果を，図－6に示す．2つのグラフより各次モード，各節点の減衰パワーの合計は一致する．減衰エネルギーを比較すると，a)のほうが20秒間に散逸するエネルギーの量が大きい．これはa)の方が1次振動の減衰定数が大きいためであると考えられる．推定した構造物の減衰によって，減衰のパワーは大きく変化することになる．

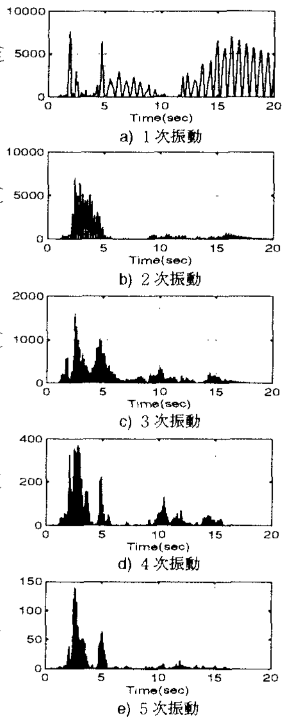


図-4 各次振動モードの減衰パワー

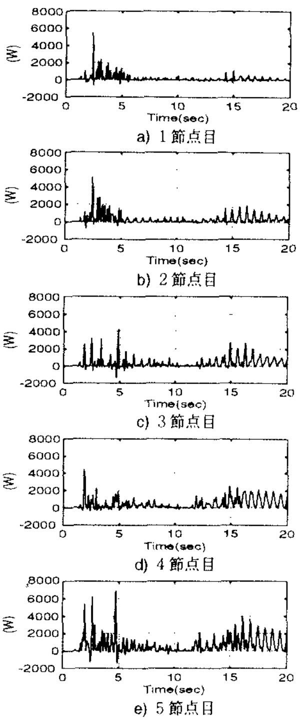


図-5 各節点の減衰パワー

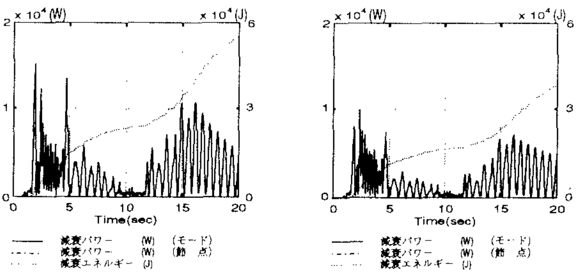


図-6 減衰パワーと散逸エネルギー解析

5．まとめ

モード減衰を用いて減衰係数行列を同定することによって，減衰パワーを可視化した．このことにより，各次振動モードおよび各節点より散逸するエネルギーや減衰定数が変化した場合のエネルギーの評価が定量的に可能となった．モード減衰による減衰係数行列の同定については5自由度系で行ったが，さらに多自由度系の構造物に適用するためには，減衰係数行列の同定の精度を高める必要がある．

[参考文献]（1）W.C.Hurty,M.F.Rubinstein：Dynamics of Structures,1964,Prentice-Hall,Inc.

（2）R.H.Lyon,R.G.DeJong：Theory and Application of Statistical Energy Analysis,1995,Butterworth-Heinemann.