

瞬時最適化手法の改善と時変系構造物振動制御への適用

長崎大学大学院 学生員○尾口 慎也

長崎大学工学部 正 員 岡林 隆敏

長崎大学大学院 学生員 加賀 敏明

1. はじめに

近年、都市高速道路周辺で環境振動が深刻な問題となっている¹⁾。走行車両による橋梁の振動は、通常の土木構造物と異なり、車両の走行により見かけ上、橋梁の振動特性は変化する時変係数系の問題となっている。そこで、本研究では、道路橋の振動制御に時変系の制御が可能である瞬時最適化理論を適用し、さらに、この制御則を、時変系構造物の振動制御に適用できるように改善を行った。本研究は、交通荷重による橋梁振動において、橋梁の1点の観測点から全状態量を推定するカルマンフィルタ²⁾を組み込んだ確率的制御をハイブリッド制御に適用し、これらの制御の有効性について報告する。

2. 橋梁 - 動吸振器 - 車両 - 路面系の方程式

図-1に示すような、動吸振器を設置したプレートガーダ橋上を、バネ質点系でモデル化された単一車両が一定速度 v で走行する場合を考える。橋梁の振動モデルは、有限帯板法によりモデル化した。

基準座標を $q(t)$ 、動吸振器の変位を $d(t)$ 、車両の変位を $z(t)$ 、路面凹凸を $r(t)$ で表すと、運動方程式は次のように状態空間表示できる。

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} q(t)^T & \dot{q}(t)^T & d(t) & \dot{d}(t) & z(t) & \dot{z}(t) \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

$$r(t) = \begin{bmatrix} r(t) & \dot{r}(t) \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + D(t)r(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3)$$

3. 瞬時最適化制御理論

J.N.Yangらにより提案された瞬時最適化制御理論に時変系の特性を強く影響させるために、次のような $t_k \leq t \leq t_{k+n}$ 区間における x_{k-1} から x_{k+n} で構成される評価関数を考える。

$$\begin{aligned} L(k+n, k+(n-1), \dots, k) \\ = \sum_{i=0}^n \{ x_{k+i}^T Q x_{k+i} + u_{k+i}^T R u_{k+i} \\ + \lambda_{k+i}^T (x_{k+i} - A_{k+i}^1 x_{k+i-1} - B_{k+i}^1 u_{k+i} - B_{k+i}^2 u_{k+i-1} \\ - D_{k+i}^1 r_{k+i} - D_{k+i}^2 r_{k+i-1}) \} \quad (4) \end{aligned}$$

状態方程式を、 $\Delta t = h$ の時間刻みで差分表示する。このとき、 $x(t=t_k) = x_k$ の値は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} x_k = S_{k1} x_{k-1} + S_{k2} (B_{k1} u_{k-1} + D_{k1} r_{k-1}) \\ + S_{k3} (B_k u_k + D_k r_k) \quad (5) \end{aligned}$$

ラグランジェの未定乗数法を用いて、制約条件(5)式を導入する。評価関数を $u_{k+n}, \dots, u_k$ で偏微分することにより次のオイラーの方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial u_{k+n}} &= 2Ru_{k+n} - B_{k+n}^{1T} \lambda_{k+n} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial u_{k+n-1}} &= 2Ru_{k+n-1} - B_{k+n}^{2T} \lambda_{k+n} - B_{k+n-1}^{1T} \lambda_{k+n-1} = 0 \quad (6) \end{aligned}$$

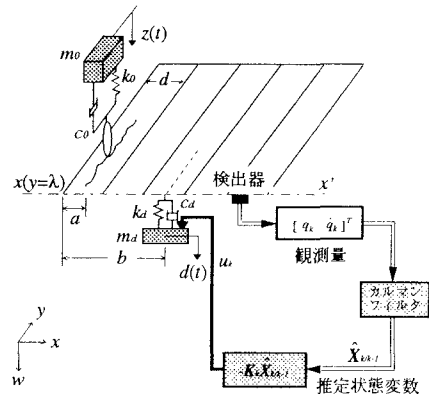


図-1 瞬時最適化制御則

上式より次の n 区間における制御則が得られる。

$$\begin{cases} u_k = -K_k x_k \\ K_k = R^{-1} H_k^T S_k \{ [A_{k+2}^T \dots A_{k+n}^T Q A_{k+n} \dots A_{k+2} + \dots \\ + A_{k+2}^T Q A_{k+2} A_{k+1} + Q A_{k+1} + Q A_{k+1}] + B_k^T Q \} \end{cases} \quad (7)$$

4. カルマンフィルタの差分化

橋梁振動の制御に瞬時最適化制御理論を実現させるため、(9)式で示す差分化したカルマンフィルタを用いることによって橋梁の1点における観測量 $y(k)$ により全状態量を推定する必要がある。

$$\hat{x}_k = [q_k^T \quad \dot{q}_k^T \quad d_k \quad \dot{d}_k \quad z_k \quad \dot{z}_k]^T \quad (8)$$

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1/k} = A_{k+1/k}^* \hat{x}_{k/k} + B_{k+1/k}^* u_k \\ \hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + G(k) [y(k) - C^* \hat{x}_{k/k-1}] \end{cases} \quad (9)$$

制御力は(9)式の推定状態変数 $\hat{x}_{k/k-1}$ と(7)式のフィードバックゲイン K_k を用いて、次式で与えられる。

$$u_k = -K_k \hat{x}_{k/k-1} \quad (10)$$

5. 橋梁、動吸振器および車両の諸元

本研究では、支間長が短いため橋梁振動が非定常的挙動を示すプレートガーダ橋と支間長が長い定常的挙動を示すランガー橋の橋梁振動を対象とした。これらの一般図を図-2に示し、振動特性を表-1に示した。また、動吸振器は、それぞれの場合において、最適化を行い、この諸元を表-2に示す。車両は、20(ton)の大型車両を想定し、減衰定数：0.03固有振動数：3.0(Hz)とした。

6. 数値解析

本研究では、1区間における状態量をフィードバックした制御則とこれに時変系の特性を強く影響させるため、4区間における状態量をフィードバックした制御則を橋梁振動に適用し、シミュレーション解析を行い、これらを比較することで時変系の特性を強く影響させた制御則の有効性を検討した。ここで、1区間における制御則および4区間における制御則をそれぞれ制御則1、制御則4とした。

1) プレートガーダ橋の場合

図-3に、a) 制御を行わない場合（走行速度 $v=10(m/sec)$ ）、b) 走行速度 $v=10(m/sec)$ において制御を行った場合およびc) 走行速度 $v=20(m/sec)$ において制御を行った場合における、各制御則を適用した場合の橋梁支間中点における変位応答を示した。

結果として、制御を行った場合の応答のレベルは低下しており、時変系の特性を強く影響させた制御ほど良い制御効果を得られることが確認できる。また、走行速度を2倍に上げた場合においては、時変系の特性を強く影響させた制御ほど有効的であることが分かるが、各制御則による応答に明確な差は確認できない。

2) ランガー橋の場合

図-4に、a) 制御を行わない場合（走行速度 $v=10(m/sec)$ ）、b) 走行速度 $v=10(m/sec)$ において制御を行った場合およびc) 走行速度 $v=20(m/sec)$ において制御を行った場合における、各制御則を適用した場合の橋梁支間中点における変位応答を示した。

結果として、この場合も制御を行った場合の応答のレベルは低下しており、時変系の特性を強く影響させた制御ほど良い制御効果が得られるが、走行速度を2倍に上げた場合においては、各制御則による応答に明確な差は確認できない。

7. まとめ

交通荷重により振動特性が非定常的挙動を示す橋梁振動において、時変系の特性を強く影響させた制御（制御則4）ほど良い効果が得られた。通過時間が短いプレートガーダ橋より通過時間が長いランガー橋の方が、制御効果は良いことが分かった。

【参考文献】

1) 梶川・沖野、他：動吸振器による高架橋の振動軽減対策、構造工学論文集, No.365/1-3, pp.435-444, 1985.4. 2) 白石昌武：入門現代制御理論、啓学出版、1987.11.

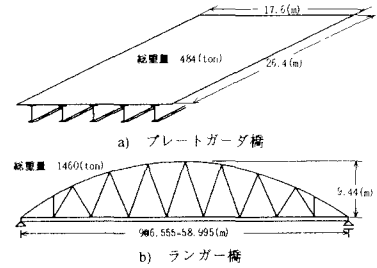


図-2 橋梁の一般図

表-1 橋梁の振動特性

	プレートガーダ橋				ランガー橋			
減衰定数	0.02				0.02			
固有振動数(Hz)	1次	2次	3次	4次	1次	2次	3次	4次
	3.64	5.01	7.62	12.41	2.89	4.86	7.89	10.73

表-2 動吸振器(TMD)の最適パラメータ

	プレートガーダ橋		ランガー橋	
	$v=10(m/sec)$	$v=20(m/sec)$	$v=10(m/sec)$	$v=20(m/sec)$
質量比	1/50			
固有振動数(Hz)	2.5945	2.5982	2.8112	2.8132
減衰定数	0.0727	0.0741	0.0399	0.0401

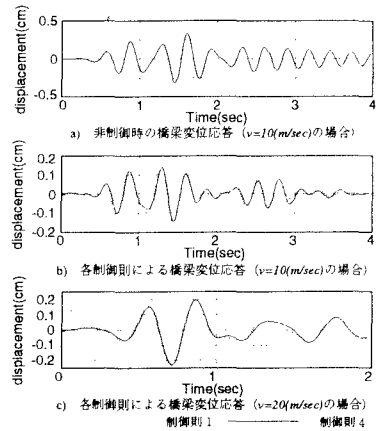


図-3 プレートガーダ橋の制御

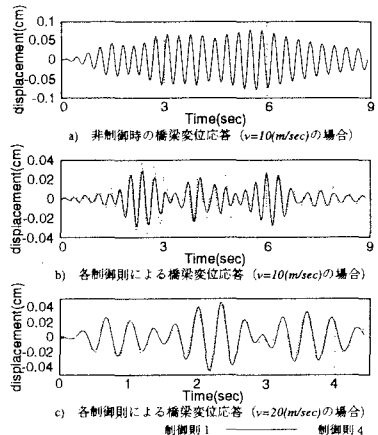


図-4 ランガー橋の制御