

剛節 2 接点要素よりなる立体有限要素構造物の大変形挙動解析

佐賀大学理工学部 学生員 ○松本繁昌 正会員 後藤茂夫
学生員 井口真一 学生員 梶木健司

1. まえがき

土木・建築構造物の設計・解析では、計算機の演算処理の向上と解析理論および解析手法の発達により、構造型状を制限されない自由な発想による構造物を簡単に計算できるようになった。

本研究は、幾何学的非線形解析の一手法である接線剛性法を用い、空間有限回転を伴う立体構造物の大変形挙動解析をおこなう。

2. 理論

立体構造物の大規模な変形挙動に対しても良好な収束解が得られる接線剛性法は、先行状態に対して接線剛性方程式の解である変位増分より、次段階の要素変形、要素力を決定し、その合力と作用外力との差すなわち不平衡力を新たな接線剛性方程式の荷重項とし、以下不平衡力が0となるまで反復する。

その間、回転変位増分から、座標変換マトリックスを求めて先行状態の接点座標系を変換しなければならないが、逐次合成される座標変換マトリックスからの各段階の回転変位は、 π を超えれば確定することはできない。

これは、基準座標系に関する有限回転 $\mathbf{r}$ (回転量 r , 回転軸の方向余弦ベクトル α) からの座標変換マトリックス $\Phi(\mathbf{r}) = \mathbf{A}$ は、常に一意に定まるが、その逆関数は多価関数となり、

$$\Phi^{-1}(\mathbf{A}) = \mathbf{r} = r\alpha \quad \dots\dots\dots(1)$$

であれば

$$\Phi\{(2n\pi + r)\alpha\} = \mathbf{A} \quad \dots\dots\dots(2)$$

が成立することによる。

したがって、各反復段階の回転変位が π を超える状態が発生する極端な大変形挙動解析プログラムにおいては、通常の手法のように回転変位増分から、座標変換マトリックスの合成、と逆変換による合計回転変位を介して要素座標系を決定することはできないが、回転変位増分から新たな座標変換マトリックスを逐次合成し、合計回転変位を用いずに要素座標系を求めることは常に可能である。

これに対して、要素座標系から要素端座標系への座標変換マトリックスからの要素端回転変形(要素変形としての)は、回転量が π を超える場合は対応できなくなる。

しかしながら、剛体変位を拘束された一要素の要素端の回転量が π を超える応力ひずみ状態は、現実には考える必要はなく、適当な要素分割により解消されることとなる。

ただ、接線剛性法は、理論的に、極端な荷重増分、変位増分に対処することができ、その反復過程では、要素の耐荷力の数万倍もの不平衡力が発生しながらも確実な収束性を示し、平面構造では、節点の回転が 2π 以上となるような荷重を分割せずに一時に作用させることができるが、立体構造に対しては、上記の理由により、ある程度の荷重分割あるいは、変位制御の場合には強制変位を分割作用させなければならなくなる場合がある。

要素座標系から要素端への座標変換マトリックス $\mathbf{C}$ よりの回転変形 θ の演算は、

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(3)$$

とにおいて

$$2\cos\theta = C_{11} + C_{22} + C_{33} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$4\sin^2\theta = (C_{32} - C_{23})^2 + (C_{13} - C_{31})^2 + (C_{21} - C_{12})^2 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = \theta = \frac{\theta}{2\sin\theta} \begin{bmatrix} C_{32} - C_{23} \\ C_{13} - C_{31} \\ C_{21} - C_{12} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(6)$$

であり、プログラム内では式(4)、(5)を c , s^2 とおいて以下を用いる。

$$c > 0 \quad \text{のとき} \quad \theta = \tan^{-1}(s/c) \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$c < 0 \quad \text{のとき} \quad \theta = \tan^{-1}(s/c) + \pi \quad \dots\dots\dots(8)$$

これにより、 $|\theta| < \pi$ の範囲での確定が可能となるが、 c に条件をつけない(5)のみの場合では、 $|\theta| < 1/2\pi$ となる。

3. 計算例

立体構造物の一例として、図1，図2に示すような構造物について検討した。図1は，図2の1点載荷荷重の1/3をクラウン部周りの3点に載荷する。各接点は，剛節で，支持条件はピン固定とする。

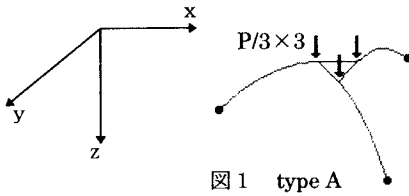


図1 type A

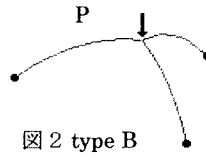


図2 type B

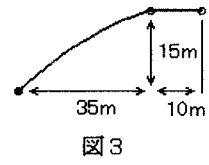


図3

荷重-変位曲線

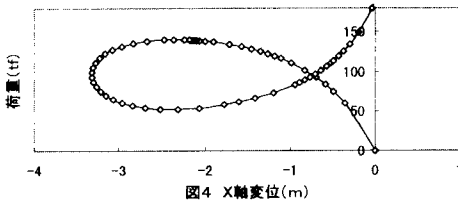


図4 X軸変位(m)

荷重-変位曲線

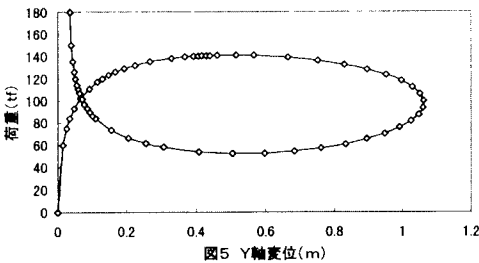


図5 Y軸変位(m)

荷重-変位曲線

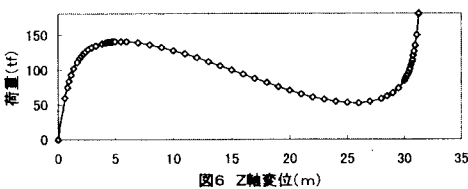


図6 Z軸変位(m)

荷重-変位曲線

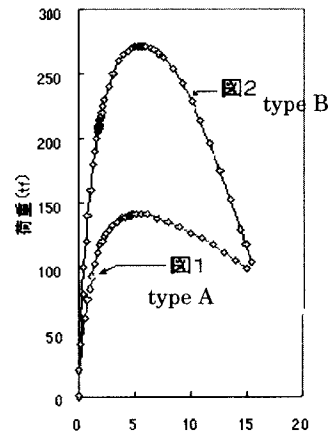


図7 Z軸変位 (m)

4. 考察・まとめ

図4，図5，図6は type A の部材接合点の荷重-変位曲線である。図7はZ軸方向の変位における type B との比較である。この結果においては，type A が type B と比較して有利な構造形態であるとはいえないが，載荷荷重が水平方向に分散されることで type A にとって有利な条件をこれから検討していきたい。

参考文献

- 1) 後藤茂夫：立体構造物における接線幾何剛性マトリックスの定式化 土木学会論文報告集 No.238
- 2) 後藤茂夫，荒牧軍治，井嶋克志：要素剛性分離の手法による構造物の幾何学的非線形解析 土木学会構造工学論文報告集 Vol.37A
- 3) 後藤芳顕，渡辺康人，春日井俊博，松浦聖：空間での有限回転を伴う弾性座屈現象を利用したリングのたたみ込み 土木学会論文報告集 Vol.428/1-15
- 4) 後藤茂夫，井嶋克志，古賀勝喜，帯屋洋之：接線剛性法による要素力式の設定と解の精度
- 5) 後藤茂夫，井嶋克志，帯屋洋之，劉磊：接線剛性法による平面骨組の分岐釣合系の解析 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集第18巻