

3次元トラス構造物における再解析手法

九州工業大学 学生員 ○田口誠司
九州工業大学 正 員 山口栄輝
九州工業大学 正 員 久保喜延
九州工業大学 学生員 角 裕一

1. はじめに

通常の有限要素法による構造物の設計計算では、断面諸元の変更がごく一部の部材に限られる再解析においても、全体構造を対象とした解析が新たに行われている。すなわち、全体構造の有限要素方程式が再度解かれている。ところで、著者らは先に、等価介在物法を用いることにより、計算効率よく弾塑性解析を行えることを示した¹⁾。本研究ではこの手法を再解析に適用し、再解析を効率よく行うことを試みる。なお、ここでは3次元トラス構造物を設計対象とし、提案する再解析手法の定式化を示した上で例題を解き、その有効性について考察する。

2. 定式化および解析手順

トラス部材の支配方程式は次のように表される。

$$\text{つりあい式} \quad N' + P = 0 \quad (1)$$

$$\text{ひずみ-変位関係式} \quad \varepsilon = u' \quad (2)$$

$$\text{構成式} \quad N = EA\varepsilon \quad (3)$$

$$\text{境界条件} \quad \bar{N} = nN, \quad \bar{u} = u \quad (4)$$

ここに、 N, ε, u, P はそれぞれ、X軸方向の軸力、直ひずみ、変位、分布荷重である。なお、X軸はトラスの軸線方向にとり、プライムはX軸に関する微分をあらわす。境界条件におけるバーのついた量は与えられた境界量であることを示し、 n は境界端（部材端）に立てた外向き単位法線ベクトルである。また、 EA は伸び剛性である。

上記の支配方程式に有限要素法を適用すれば、次の連立一次方程式（有限要素法定式）を得る。

$$\{F\} = [K]\{U\} \quad (5)$$

ここに、 $\{F\}, [K], \{U\}$ はそれぞれ全体系の節点力ベクトル、剛性マトリックス、節点変位ベクトルである。トラス構造物の解析は、式(5)を解くことにより行われる。

以下では、まず従来の再解析手法について簡単に記し、ついで本研究で提案する手法を記述する。

2.1 従来の再解析手法

一部の部材で断面の不足が判明した場合、それらの部材の断面を A^N に増やして再解析を行う。すなわち、それらの部材では式(3)に変えて次の構成式を用いる。

$$N = EA^N \varepsilon \quad (6)$$

従来の再解析では式(6)の構成式を用いて、次に示すような新たな全体構造の有限要素方程式が構築される。

$$\{F\} = [K^N]\{U\} \quad (7)$$

再解析は式(7)を解くことにより行われる。断面変更により、式(7)の剛性マトリックス $[K^N]$ は、式(5)の $[K]$ とは異なっている。

2. 2 等価介在物法を適用した再解析手法

提案する手法では、式(6)の構成式を次式で置き換える。

$$N = EA\varepsilon + N^* \quad (8)$$

式(8)では、断面を変更しない代わりに、アイゲン軸力 N^* を導入している。この構成式を用いて定式化を行うと、

$$\{F\} + \{P^*\} = [K]\{U\} \quad (9)$$

が得られる。 $\{P^*\}$ は N^* に起因する節点アイゲン力ベクトルである。ここで肝要なのは式(9)の剛性マトリックス $[K]$ が、式(5)の $[K]$ と完全に一致している点である。すなわち、提案する再解析手法では、式(5)に続く式(9)を解くことになるが、この2組の連立一次方程式では係数行列が共通であるため、その解法として、逆マトリックスを求めるのであればその計算は一回で十分であるし、LU分解で解を求める場合でも時間のかかる三角分解の計算は一度行えば事足りる。その結果、式(7)に比べれば式(9)の解法時間は、はるかに短くできる。

提案する再解析手法では、式(6)を式(8)で置き換える、その際に問題となるのは、この2式の等価性であり、それ故、次式を満足するようアイゲン軸力 N^* を決定する必要がある。

$$EA^N \varepsilon = EA\varepsilon + N^* \quad (10)$$

ε が外力(既知)と N^* の線形関数として表されることから、 N^* を未知数とする連立一次方程式(10)が導かれる。この方程式を解くことにより N^* が決定され、 $\{P^*\}$ が求められる。断面変更を行う部材数が少ないければ、 N^* を決定するための連立一次方程式は式(7)よりもずっと小さく、解法に要する計算時間も短くてすむ。

3. 数値計算例

解析対象として図-1の鉄塔を取り上げた。頭頂部の4節点で x, y 方向に22tfの水平荷重が作用していると仮定し、また下端部の4節点を固定とした。この鉄塔を1次のトラス要素427個でモデル化して解析を行った(1部材を1要素でモデル化している)。なお、ヤング率は $2.0 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、断面積は 200 cm^2 、許容応力は 1900 kgf/cm^2 とした。

上記の条件下で解析したところ、2本の部材で許容応力を越える応力値が得られた。そこで、これらの部材の断面積を2倍に増やして再解析を行ったところ、全ての部材で許容応力内に収まった。

この再解析は、従来法とここで提案する解析手法の2通りで行い、全く同じ結果が得られることを確認した。またその際に計算時間を測定し、結果を表-1にまとめている。この表より、提案する再解析手法を用いれば、計算時間が大幅に短縮できることが理解される。なお、使用したコンピュータは、Sun SPARCstation 2である。

4. まとめ

等価介在物法を用いた3次元トラス構造物の再解析手法を提案し、その妥当性を計算例により示した。今後は、ソリッド要素を用いた場合の設計解析について同様の検討を行う予定である。

【参考文献】

- 1) 山口栄輝 他：等価介在物法を用いた弾塑性有限要素解析手法，土木学会論文集，I-38，1997

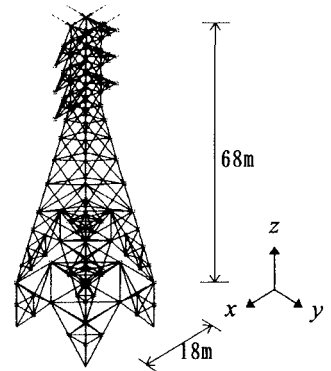


図-1 3次元トラス

表-1 計算時間の比較

	CPU 時間
従来法	7.30 秒
本解析法	0.71 秒