

急曲線区間における波状摩耗生成について

九州大学 ○学生員 井崎 博史 九州大学 正会員 角 知憲
九州大学 正会員 大枝 良直 九州大学 学生員 箱田 厚

1. はじめに

波状摩耗とは、鉄道レール頭頂部上面に現れる正弦波状の摩耗である。この現象の希望的予防策の一つとしてスラックの拡大が挙げられる。本論文では、摩耗の発生が車輪とレールの転がり・滑り摩擦に関与しているという観点から、スラック操作がそれらに与える影響について考察する。

2. 車輪に作用する転がり・滑り摩擦

(1) 車輪とレールの滑り速度と摩擦力

滑り速度と摩擦力を求めるため、リジッドなボギーが曲線区間を通過している状態を Fig. 1 に示した。

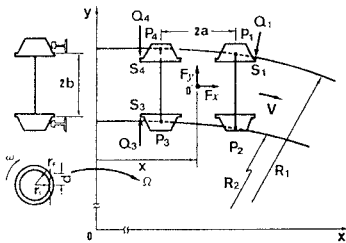


Fig.1

図中の、 R_1 は外軌レール頭部内側断面からの曲率半径、 R_2 も同様である。 x はボギーと共に旋回する動径のうち、ボギーの左右輪に平行な Oy から、ボギー中心 O' までの x 方向距離、 $2a$ は軸距、 $2b$ は左右輪フランジ間距離、 $P_1 \sim P_4$ は各車輪フランジのレールとの接点、 S_1, S_2, S_3, S_4 は各車輪フランジのレールとの接点、 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 はその点で作用するレールからフランジへの圧力で、レール曲率中心に働くものとする。 d は車輪踏面のレールとの接点からフランジ縁までの距離である。

$P_1 \sim P_4$ および S_1, S_2, S_3, S_4 の座標は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &: (x+a, c_1) \\ P_2 &: (x+a, c_2) \\ P_3 &: (x-a, c_3) \\ P_4 &: (x-a, c_4) \\ S_1 &: (x+a+d, c_5) \\ S_2 &: (x-a-d, c_5-2b) \\ S_3 &: (x-a-d, c_5-2b) \\ S_4 &: (x-a-d, c_5) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \{(R_1+w)^2 - (x+a)^2\}^{1/2} \\ c_2 &= \{(R_2-w)^2 - (x+a)^2\}^{1/2} \\ c_3 &= \{(R_2-w)^2 - (x-a)^2\}^{1/2} \\ c_4 &= \{(R_1+w)^2 - (x-a)^2\}^{1/2} \\ c_5 &= \{R_1^2 - (x+a+d)^2\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

であり x は S_3 が内軌に接触した状態で与えられる x_1 を上限とする $0 \leq x \leq x_1$ の範囲で、ボギーに作用する力の釣り合いで決まる。 x_1 は幾何学的条件から次式で与えられる。ここで、 R_1, R_2 の定義より、レールとフランジの接触点からレール踏面までは、当然ながらある程度の差があり、それを w とした。実際のところ、カントの影響や、摩耗によるレール断面の変化により、内外軌で必ずしも等しいとは言えない。また、この値自体は微々たるものであるが、数値計算上少なからず影響を及ぼすものと考えられる。

$$(c_5^{1/2} - 2b)^2 + (x_1 - a - d)^2 = R_2^2$$

曲率中心 O 周りのボギーの旋回角速度を Ω とすると、 $P_1 \sim P_4$ 各点での速度ベクトル $V_1 \sim V_4$ は次式で表される。

$$V_1 = \Omega (c_1, -x-a)$$

$$V_2 = \Omega (c_2, -x-a)$$

$$V_3 = \Omega (c_3, -x+a)$$

$$V_4 = \Omega (c_4, -x+a)$$

ここで、各車輪の回転速度を等しいものとし、 ω で表す。また、各車輪の $P_1 \sim P_4$ 点における半径を $r_1 \sim r_4$ と ω の積と上式から、次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= (\Omega c_1 - r_1 \omega, -\Omega (x+a)) \\ v_2 &= (\Omega c_2 - r_2 \omega, -\Omega (x+a)) \\ v_3 &= (\Omega c_3 - r_3 \omega, -\Omega (x-a)) \\ v_4 &= (\Omega c_4 - r_4 \omega, -\Omega (x-a)) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

なお $r_1 \sim r_4$ は、 r_0 をタイヤ踏面の最大半径、 s をタイヤ踏面勾配として次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= r_0 - s(c_1 - c_5) \\ r_2 &= r_0 - s(c_5 - 2b - c_2) \\ r_3 &= r_0 - s(c_5 - 2b - c_3) \\ r_4 &= r_0 - s(c_4 - c_5) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$P_1 \sim P_4$ 点における摩擦係数を $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ とすると、摩擦力 F_1, F_2, F_3, F_4 は滑り合速度と反対方向に働くので、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \mu_1 W_1 (-\Omega c_1 + r_1 \omega, \Omega (x+a)) / v_{1a} \\ F_2 &= \mu_2 W_2 (-\Omega c_2 + r_2 \omega, \Omega (x+a)) / v_{2a} \\ F_3 &= \mu_3 W_3 (-\Omega c_3 + r_3 \omega, \Omega (x-a)) / v_{3a} \\ F_4 &= \mu_4 W_4 (-\Omega c_4 + r_4 \omega, \Omega (x-a)) / v_{4a} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに、 $v_{1a} \sim v_{4a}$ は $v_1 \sim v_4$ の絶対値である。

レールと車輪の転がり・滑りは車輪フランジでも起こる。この場合の滑りは、軌道の曲率中心方向に働くフランジ圧力に直角な成分を考える必要がある。まず \$S_1\$ 点を考える。\$S_1\$ 点の \$O-x-y\$ 座標系での走行速度 \$V_{s1}\$ は、

$$V_{s1} = \Omega (c_5, -x-a-d)$$

である。一方、\$S_1\$ 点のボギーに対する相対速度は軌道面に垂直方向 (\$z\$ 方向) も考慮して、

$$(-r_F \omega \cdot r / r_F, 0, -r_F \omega \cdot d / r_F) = (-r_1 \omega, 0, -d \omega)$$

ここに、\$r_F\$ は車軸中心からフランジ縁辺までの距離 (半径)、\$z\$ 方向は上方を正にとった。そこで、\$S_1\$ 点の滑り速度 \$v_{s1}\$ は、

$$v_{s1} = (\Omega c_5 - r_1 \omega, -\Omega (x+a+d), -d \omega)$$

である。この \$x, y\$ 方向速度をレール曲線の接線方向成分 \$v_{t1}\$ と法線方向成分 \$v_{n1}\$ に分けると、

$$\begin{aligned} v_{t1} &= (\Omega c_5 - \omega r_1 c_5 / R_1) \\ &\quad + \Omega (x+a+d)^2 / R_1 \\ v_{n1} &= (\Omega c_5 - \omega r_1) (x+a+d) / R_1 \\ &\quad - \Omega (x+a+d) c_5 / R_1 \end{aligned}$$

従って、レール曲線の接線方向と法線方向及び軌道面垂直方向について \$S_1\$ 点滑り速度 \$v_{s1q}\$ は

$$v_{s1q} = (v_{t1}, v_{n1}, -d \omega)$$

ところで、このうち \$Q_1\$ に直角な成分は接線方向と軌道面垂直方向のみであるから、フランジ圧力 \$Q_1\$ に直角方向の摩擦力 \$F_{s1q}\$ が次のように求められる。

$$F_{s1q} = \mu_{s1} Q_1 (-v_{t1}, 0, d \omega) / v_{s1qa}$$

ここに、\$v_{s1qa}\$ は \$v_{s1q}\$ の絶対値である。

これを再び \$x-y-z\$ 方向に直せば、摩擦力 \$F_{s1}\$ は、

$$F_{s1} = \mu_{s1} Q_1 (-v_{t1} c_5 / R_1, v_{t1} (x+a+d) / R_1, d \omega) / v_{s1qa} \quad \cdots (7)$$

と求められる。

他の \$S_3, S_4\$ は常に外軌または内軌に接触していないが、接触している場合には上式と同様に求めることができる。以下、\$S_1\$ のみが外軌に接触する場合についてだけ述べる。

(2) 曲線部走行中の力の釣り合い

\$S_1\$ のみが外軌に接触する場合 (\$0 \leq x \leq x_1\$) は、式 (6), (7) より、\$x, y\$ 両方向の釣り合いが、以下のようになら、

$$\begin{aligned} &\mu_1 W_1 (-\Omega c_1 + r_1 \omega) / v_{1a} \\ &\quad + \mu_2 W_2 (-\Omega c_2 + r_2 \omega) / v_{2a} \\ &\quad + \mu_3 W_3 (-\Omega c_3 + r_3 \omega) / v_{3a} \\ &\quad + \mu_4 W_4 (-\Omega c_4 + r_4 \omega) / v_{4a} \\ &\quad - Q_1 (x+a+d) / R_1 \\ &\quad - \mu_{s1} Q_1 v_{t1} c_5 / R_1 / v_{s1qa} + F_x = 0 \quad \cdots (10) \\ &\mu_1 W_1 \Omega (x+a) / v_{1a} + \mu_2 W_2 \Omega (x+a) / v_{2a} \\ &\quad + \mu_3 W_3 \Omega (x-a) / v_{3a} + \mu_4 W_4 \Omega (x-a) / v_{4a} \\ &\quad - Q_1 c_5 / R_1 - \mu_{s1} Q_1 v_{t1} (x+a+d) / R_1 / v_{s1qa} \end{aligned}$$

$$+ F_y = 0 \quad \cdots (11)$$

\$S_1\$ まわりのモーメントの釣り合いが、

$$\begin{aligned} &\mu_1 W_1 \{(-\Omega c_1 + r_1 \omega) (c_1 - c_5) \\ &\quad + d \Omega (x+a) / v_{1a} + \mu_2 W_2 \{(-\Omega c_2 + r_2 \omega) (c_2 \\ &\quad - c_5) + d \Omega (x+a) / v_{2a} + \mu_3 W_3 \{(-\Omega c_3 \\ &\quad + r_3 \omega) (c_3 - c_5) + (2a+d) d \Omega (x+a) / v_{3a} \\ &\quad + \mu_4 W_4 \{(-\Omega c_4 + r_4 \omega) (c_4 - c_5) + \Omega (x-a) (2 \\ &\quad a + d) / v_{4a} + F_y (a+d) - F_x b = 0 \quad \cdots (12) \end{aligned}$$

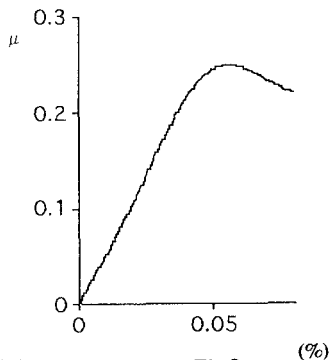
と与えられる。ここに、\$F_x, F_y\$ はボギー中心に外部から加えられる力で、超過遠心力に相当する。ここで、\$a, b, d, r_0, r_F, \Omega, W_1, W_2, W_3, W_4, F_x, F_y\$ は与えられるものとする。また、\$\mu_1 \sim \mu_4\$ の間には \$\omega\$ と \$x\$ を介して次節で述べるような関係がある。そこで、その関係と式 (10), (11), (12) から、\$Q_1, x, \omega\$ を決定できる。

(3) 車輪とレールの転がり・滑り摩擦係数

転がり・滑り率と摩擦係数を実台車を用いて得られた実験結果が、fig. 2 のような型になることが報告されている。これに基づき、摩擦係数上限を 0.25 とした上で、この曲線を次の多項式で近似し、転がり・滑り摩擦係数を与えることにした。

$$\begin{aligned} \mu &= (-1.024E+7)s^6 + (2.956E+6)s^5 \\ &\quad + (-2.961E+5)s^4 + (1.156E+4)s^3 \\ &\quad + (-1.633E+2)s^2 + 5.911s \quad (s < 0.08) \\ \mu &= (-4.576E-7)s^3 + (4.366E-5)s^2 \\ &\quad + (-1.256E-3)s + 0.23 \quad (s \geq 0.08) \end{aligned} \quad \cdots (14)$$

\$s\$ は前節における滑り速度を走行速度で割ったものの絶対値に等しいので、式 (14) を式 (10) ~ (12) と合わせて数値的にボギーの釣り合い状態を算出することができる。



3. 数値計算

Fig. 2

数値計算については、摩擦力が転がり・滑り率に対して複雑に変化するために、一義的には求められないが、逐次代入法などを用いて数値的に計算することができる。なお、計算結果、及び考察については、当日講演時に報告するものとする。