

振動格子乱流場における水表面近傍の乱流構造解析

九州大・総理工 正 員○杉原裕司 正 員 松永信博
学生員 中平伸治

1. はじめに

水表面での気体輸送過程の計算モデルを確立するにあたり、水表面近傍の乱れ特性の解明は必須の課題と言える。本研究では、既存のLaunder-Reece-Rodiのレイノルズ応力方程式モデル¹⁾(LRRモデル)でどの程度水表面近傍の乱流構造を解析できるのかについて検討したので報告する。本解析では、乱れの拡散と散逸がバランスした単純乱流である振動格子乱流場を対象とした。

2. LRRモデルによる理論解析

振動格子乱流は近似的に平均流がなく、水平面内において一様で鉛直方向にのみ変化する場とみなすことができる。ただし、この乱れ場は水表面の影響のない場合(以下基本場という)においても弱い非等方性を持っている。従って、水表面による非等方効果を正しく解析するためには、基本場の非等方性度を評価しておく必要がある。本解析では、基本場に関するLRRモデルの解析解を通じて非等方性度の実験値をモデル定数に反映させて、水表面の影響がある場合の解析を行うことにした。

(1) 基本場におけるLRRモデルの解析解

上述の振動格子乱流場の特性を考慮してLRRモデル方程式を単純化すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} C_s \frac{d}{dz} \left\{ \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{w^2} \frac{dk}{dz} + \overline{w^2} \frac{d\overline{w^2}}{dz} \right) \right\} - \varepsilon &= 0 \\ C_s \frac{d}{dz} \left\{ \frac{k}{\varepsilon} 3\overline{w^2} \frac{d\overline{w^2}}{dz} \right\} - C_{\phi 1} \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{w^2} - \frac{2}{3}k \right) - \frac{2}{3}\varepsilon &= 0 \quad (1) \\ C_\varepsilon \frac{d}{dz} \left\{ \frac{k}{\varepsilon} \overline{w^2} \frac{d\varepsilon}{dz} \right\} - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} &= 0 \end{aligned}$$

ここで、 k は乱れエネルギー、 ε はエネルギー散逸率、 $\overline{w^2}$ は鉛直方向流速の乱れ強度、 z は格子振動中心から鉛直上向きに取られた座標である。また C_s 、 $C_{\phi 1}$ 、 C_ε 、 C_2 はモデル定数である。振動格子乱流を $z=0$ で k_0 、 ε_0 の乱れが定常的に生成され、無限遠方で乱れが0に減衰するような場であると仮定しよう。また $z=0$ における $\overline{w^2}$ は、 rk_0 で与えられるものとする。ただし r は定数である。以上より境界条件は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} k &= k_0, \quad \varepsilon = \varepsilon_0, \quad \overline{w^2} = rk_0 \quad \text{at } z = 0 \\ k &\rightarrow 0, \quad \varepsilon \rightarrow 0, \quad \overline{w^2} \rightarrow 0 \quad \text{as } z \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (2)$$

境界値 k_0 、 ε_0 を用いて式(1)、(2)を規格化すると

$$\begin{aligned} C_s \frac{d}{dz} \left\{ \frac{\hat{k}}{\hat{\varepsilon}} \left(\hat{\overline{w^2}} \frac{d\hat{k}}{dz} + \hat{\overline{w^2}} \frac{d\hat{\overline{w^2}}}{dz} \right) \right\} - \hat{\varepsilon} &= 0 \\ C_s \frac{d}{dz} \left\{ \frac{\hat{k}}{\hat{\varepsilon}} 3\hat{\overline{w^2}} \frac{d\hat{\overline{w^2}}}{dz} \right\} - C_{\phi 1} \frac{\hat{\varepsilon}}{\hat{k}} \left(\hat{\overline{w^2}} - \frac{2}{3}\hat{k} \right) - \frac{2}{3}\hat{\varepsilon} &= 0 \quad (3) \\ C_\varepsilon \frac{d}{dz} \left\{ \frac{\hat{k}}{\hat{\varepsilon}} \hat{\overline{w^2}} \frac{d\hat{\varepsilon}}{dz} \right\} - C_2 \frac{\hat{\varepsilon}^2}{\hat{k}} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{k} &= 1, \quad \hat{\varepsilon} = 1, \quad \hat{\overline{w^2}} = r \quad \text{at } \hat{z} = 0 \\ \hat{k} &\rightarrow 0, \quad \hat{\varepsilon} \rightarrow 0, \quad \hat{\overline{w^2}} \rightarrow 0 \quad \text{as } \hat{z} \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (4)$$

が得られる。ここで、 $\wedge$ は無次元量を示す。式(3)の非線形方程式系を式(4)の条件のもとで解くと次のような解析解が得られる。

$$\begin{aligned} \hat{k} &= \left(\frac{\hat{z}}{z_0} + 1 \right)^{-\frac{2}{\beta}}, \quad \hat{\varepsilon} = \left(\frac{\hat{z}}{z_0} + 1 \right)^{-\frac{3+\beta}{\beta}}, \\ \hat{\overline{w^2}} &= r \left(\frac{\hat{z}}{z_0} + 1 \right)^{-\frac{2}{\beta}} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、

$$\begin{aligned} z_0 &= \frac{C_s \xi_0 r}{\beta}, \quad \beta = -\frac{7}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{6C_2 C_s (1+r)}{C_\varepsilon}}, \\ \xi_0 &= \sqrt{\frac{6(1+r)}{C_s r}} \end{aligned} \quad (6)$$

である。ただし、式(5)の解析解の成立条件として、モデル定数 $C_{\phi 1}$ と r の間には以下のような関係がある。

$$C_{\phi 1} = \frac{7r-2}{(1+r)(3r-2)} \quad (7)$$

式(7)より、モデル定数 $C_{\phi 1}$ は場の非等方性度を表すパラメータであることがわかる。振動格子乱流場においては $z_0=1.82$ 、 $\beta=0.4$ の時に式(5)の第1式、2式が実験値を良く記述することがわかっている²⁾。従って、振動格子乱流に関しては式(7)より $C_{\phi 1}$ を推定することが妥当であると考えられる。もし、 $C_2=1.90$ を受け入れるとすれば、 r を実験値の $\overline{w^2}/k$ から求めることによって全てのモデル定数値を推定することが可能である。図-1にLDVによって得られた r 値を示す。ここで、 S は格子の振動幅、 M はメッシュ間隔である。多少データのバラツキは見られるがほぼ0.75の値を取ることがわかる。このことを考慮すると振動格子乱流場に関するLRRモデル定数として次式が得られる。

$$C_s=0.0673, \quad C_{\phi 1}=7.43, \quad C_\varepsilon=0.0897, \quad C_2=1.90, \quad r=0.75 \quad (8)$$

(2) 水表面が存在する場合のLRRモデルの数値解析

水表面が存在する場合の有限領域の解析解を得ることは困難なので、数値的に解を求めることとした。基礎方程式は、式(3)であり、モデル定数として式(8)を用いる。水表面がある場合の境界条件は現段階ではわかっていないので、第一段階として次式を用いた。

$$\begin{aligned} \hat{k} &= 1, \quad \hat{\varepsilon} = 1, \quad \hat{\overline{w^2}} = r \quad \text{at } \hat{z} = 0 \\ \frac{d\hat{k}}{d\hat{z}} &= 0, \quad \frac{d\hat{\varepsilon}}{d\hat{z}} = 0, \quad \hat{\overline{w^2}} = 0 \quad \text{as } \hat{z} = \hat{z}_s \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $\hat{z}_s$ は無次元水表面高さである。式(9)の妥当性については今後の検討課題である。また、このモデルは高レイノルズ数を対象としているため $\hat{\overline{w^2}}=0$ の領域

までモデルを適用することについても問題が残る。実際の数値計算に際しては、非定常計算により、定常状態に落ち着くまで計算を行って定常解を求めている。

3. 解析結果および考察

図-2に乱れの水平、鉛直成分のrmsの数値解 $\sqrt{\widehat{u^2}}$ 、 $\sqrt{\widehat{w^2}}$ の水表面近傍における挙動を示す。 $\widehat{z}$ は水表面からの無次元距離であり $\widehat{z} = \widehat{z}_s - \widehat{z}$ で定義されている。 $\widehat{l}_u (= 0.14 \widehat{z})$ は浦他³⁾によって提案された経験式から計算された水平方向の積分長さスケールであり、 $\sqrt{\widehat{u_{th}^2}}$ 、 $\sqrt{\widehat{w_{th}^2}}$ は式(5)から計算されるrmsの理論解を示す。この図より、水表面近傍では、 $\sqrt{\widehat{u^2}}$ は水表面の存在しない場合に比べて増加し、 $\sqrt{\widehat{w^2}}$ は急激に減衰することがわかる。水表面の影響を受ける領域(Surface-Influenced Layer: SIL)は、積分長さスケールの1~1.5倍程度の範囲に限られていることがわかる。解析は3種類の $\widehat{z}_s$ に対して行われているが、 $\widehat{z}_s$ の変化に関わらずこの様にまとめられた数値解は普遍的な挙動を示す。これらの傾向は、Brumley & Jirka⁴⁾、小松他⁵⁾の実験結果とも一致している。また図中の黒丸は、Chu & Jirka⁶⁾の実験値を示している。解析結果と実験結果の間には若干の差異があるが、 $\sqrt{\widehat{w^2}}$ の水表面近傍での挙動がLRRモデルでほぼシミュレートできていることがわかる。

図-3は、エネルギー散逸率 $\widehat{\epsilon}$ と非等方性度を表す特性量 $\sqrt{\widehat{w^2}}/\sqrt{\widehat{u^2}}$ の水表面近傍における挙動を示す。ここで、 $\widehat{\epsilon}_{th}$ は式(5)で与えられる理論解である。 $\widehat{\epsilon}$ は水表面に近づくにしたがって増加することがわかる。これは、水表面によって上方への拡散を抑えられるために、水表面近傍で多くの乱れエネルギーを散逸しなければならないためである。 $\sqrt{\widehat{w^2}}/\sqrt{\widehat{u^2}}$ は水表面近傍で急激に減衰するが、水表面から離れるにしたがって、 $r=0.75$ から理論的に予測される値1.2へ漸近していくのがわかる。

図-4は、LRRモデルから計算された $\widehat{k}$ 、 $\widehat{\epsilon}$ の水表面近傍での挙動と非等方効果が含まれていない標準型k- ϵ モデルから計算されたそれとを比較したものである。ここで、 $\widehat{k}_{th}$ は式(5)で与えられる理論解を示す。標準型k- ϵ モデルから計算されるSILの厚さは積分長さスケールの5倍程度となり、LRRモデルの結果とかなり異なる。謝辞：本研究の一部は(財)中村治四郎育英会から援助を受けて行われました。記して謝意を表します。

参考文献

- [1] Launder et al., *J. Fluid Mech.*, Vol.68, 1975.
- [2] 杉原他, 土木学会論文集, No.521/II-32, 1995.
- [3] 浦他, 土木学会論文集, No.345/II-1, 1984.
- [4] Brumley & Jirka, *J. Fluid Mech.*, Vol.183, 1987.
- [5] 小松他, 水工学論文集, 第39巻, 1995.
- [6] Chu & Jirka, *AIR-WATER MASS TRANSFER*, Wilhelms & Gulliver (eds.), ASCE, 1991.

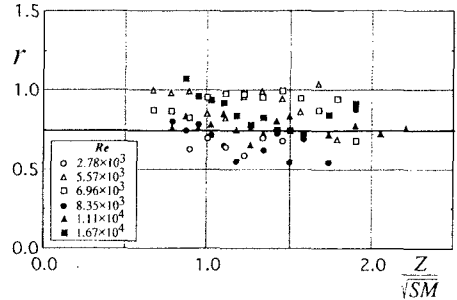


図-1 r値の推定

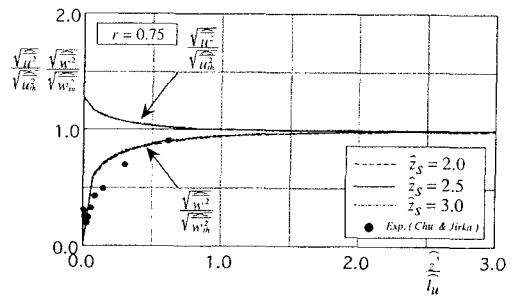


図-2 $\sqrt{\widehat{u^2}}$ と $\sqrt{\widehat{w^2}}$ の水表面近傍における挙動

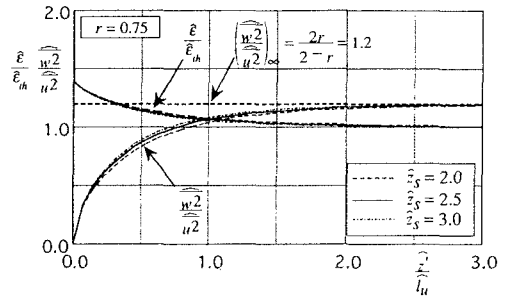


図-3 $\widehat{\epsilon}$ と $\sqrt{\widehat{w^2}}/\sqrt{\widehat{u^2}}$ の水表面近傍における挙動

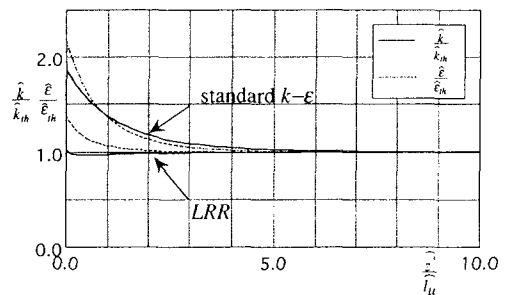


図-4 $\widehat{k}$ と $\widehat{\epsilon}$ の水表面近傍の挙動に関するLRRモデル解と標準型k- ϵ モデル解の比較