

運動量の定理による堰水理の検討

山口大学工学部 正 羽田野袈裟義
山口大学工学部 学〇岩 井 達 司
建設技術研究所 正 狩 野 晋 一

1. はじめに

堰水理についてはこれまで流量係数を主眼として多くの研究がなされており、完全越流についてはほぼ解決された状況にある。一方、潜り堰については、種々の公式が提案されているものの、その適用性についてはまだ検討の余地がある。特に潜り度が大きい領域の適用性は問題を残している^{1)~3)}。また、堰上下流で河床高が異なる場合の潜り堰に対して従来の提案式を用いることは困難であろう。本研究は、潜り刃形堰の流量評価を最終目的として、堰上下流の断面に運動量の定理を適用し、堰の流水抵抗の表現を示すとともに、これに関与する無次元パラメータについて2・3の検討を行う。

2. 運動量の定理の適用

潜り刃形堰の流れを考え、堰上流と下流の河床は水平であるとする。単位幅流量を q 、堰高を h_d 、堰頂からはかった上流水位を h_1 、同じく下流水位を h_2 、単位幅あたり堰の流水抵抗を F_D とし、堰上流と下流の水位測定断面で圧力が静水圧分布であるとする。運動量補正係数を1とすると運動量の定理は、

$$\rho q^2 \left(\frac{1}{h_d + h_2} - \frac{1}{h_d + h_1} \right) = \frac{1}{2} \rho g (h_d + h_1)^2 - \frac{1}{2} \rho g (h_d + h_2)^2 - F_D \quad (1)$$

係数 K_p を導入して F_D を次式： $F_D = K_p \cdot 1/2 \rho g h_d^2$ (2) でおくと、 K_p は次式となる。

$$K_p = \frac{h_1}{h_d} (1-x) \left[2 + \frac{h_1}{h_d} (1+x) - \frac{2 h_c^3}{h_d^3} \cdot \frac{1}{(1+x \cdot h_1/h_d)(1+h_1/h_d)} \right] \quad (3)$$

ここで、 $h_c = (q^2/g)^{1/3}$ は限界水深、 $x = h_2/h_1$ は潜り度である。式(3)は、 K_p が3つの無次元パラメータ $x = h_2/h_1$ 、 h_1/h_d および h_c/h_d により表現されることを示している。

3. 実験データによる検討

上で示した3つのパラメータの相互の関係を、既往の実験データを用いて示したのが図-1である。3つのパラメータのうち1つは従属量で残り2つが独立量であり、図-1の関係が流量公式に相当するものであることは前報³⁾で述べたとおりである。図にはCoxの論文の末尾に掲載されたすべての刃形堰のデータを示したが、図でみる限り h_1/h_d と h_2/h_1 、 h_c/h_d の関係は堰高 h_d によらず一般的であることがうかがわれる。なお、堰高が30cm以下の堰で得られたデータの中には図-1の関係が一貫しないものがある。この図の関係が定式化されれば、式(3)より K_p が2つの独立量 h_2/h_1 と h_c/h_d のみを用いて数式として表現される。図-1の関係はほぼ次式で表現される；

$$h_1/h_d = h_{10}/h_d + A/(1-x)^n \quad (4)$$

ここで、 h_{10} は完全越流状態で単位幅流量 q が流れるときの越流水深で、既往の堰公式から算定される。したがって、 h_{10}/h_d は q と h_d により決定される。指数 n は、 $x=1$ で K_p がゼロに漸近する³⁾ことこの要請から $n < 0.5$ となり、 A は h_c/h_d の関数となりうる。

ここで h_d と q が与えられたとき、 h_{10} を簡単に求めることを試みる。これは式(3)の K_p を流量 q 、堰高 h_d (または h_c/h_d)そして潜り度 x だけで式表現する場合に必要である。また、現場などでちよつとした計算をする場合に便利である。刃形堰の流量公式は、 $m \cdot s$ 単位では次のように与えられる⁴⁾。

$$q = C h_{10}^{3/2} ; \quad C = 1.785 + (0.00295/h_{10} + 0.237 h_{10}/h_d)(1+\epsilon), \quad \epsilon \text{ は補正係数} \quad (5)$$

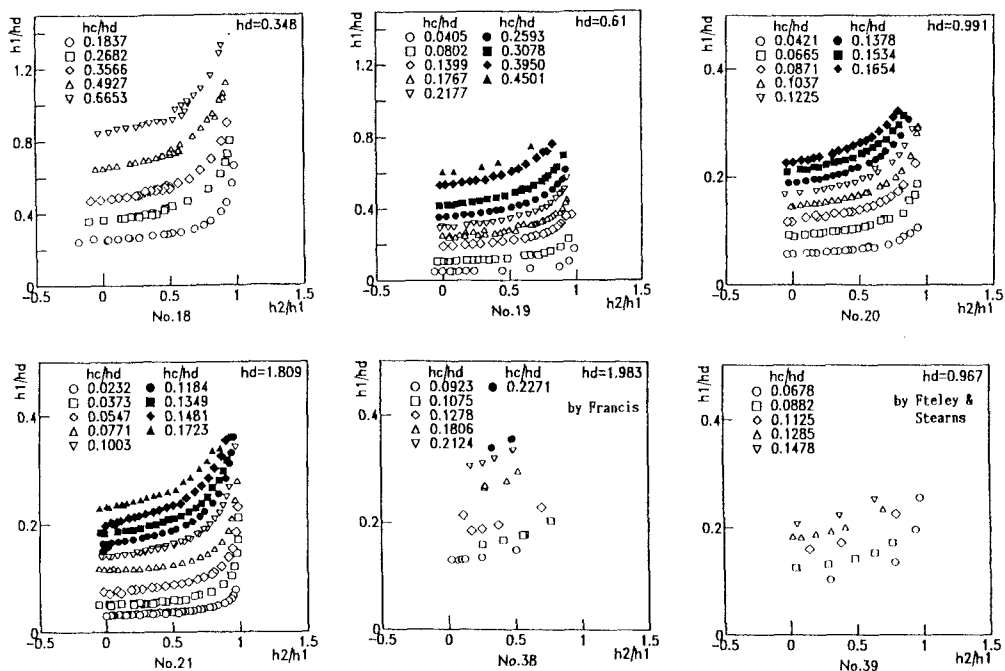


図-1 h_1/h_d と h_2/h_1 の関係

越流水深を正しく求める方法は、式(5)の変形式、式(5a)を繰り返し計算ことである。

$$h_{10} = [q / \{1.785 + (0.00295/h_{10} + 0.237h_{10}/h_d)(1 + \epsilon)\}]^{2/3} \quad (5a)$$

これを簡略化するため、第1近似値を h_{1A} として次式 $h_{1A} = (q/1.785)^{2/3} \quad (6)$

で求め、 h_{1A} を式(5a)右辺の h_{10} に代用して越流水深の近似値を求める。こうして求めた近似値と堰公式にしたがって求められる値 h_1 の比率 $R = h_{1A}/h_1$ は、公式の適用範囲内では0.9934から1.0041である。堰公式自体の誤差（流量の95%信頼度で誤差 $\pm 1.7\%$ ）⁴⁾を考慮すると、式(4)の h_{10} に上で求めた越流水深の近似値を用いて差し支えないであろう。

従来の方法に替わる潜り堰の流量評価法として、①式(4)の A と n を求め、その結果をそのまま流量公式として用いる方法と、②式(4)の結果をいったん式(3)の表現式に代入した後、運動量の定理に再度代入して流量計算する方法の2とおりが考えられる。これについては講演時に述べる。

参考文献

- 1) G.N.Cox: The submerged weir as measuring device, Bulletin of Univ. of Wisconsin. (1928)
- 2) 板谷・竹中：薄刃もぐりぜきの流量係数、機械学会論文集、第19巻81号。(1953)。
- 3) 羽田野ら：堰の抵抗に関する研究、第50回土木学会年講概要集、pp610-611、(1995)。
- 4) 土木学会：昭和60年度水理公式集、p283、(1985)。