

平面2次元モデルの分散係数の異方性と非定常性に関する検討

九州大学工学部 正 員○矢野真一郎・小松 利光

1. まえがき 内湾などのように水深方向に比べ水平方向のスケールが非常に大きい場において、潮流などの流れ場や水質などの拡散場をシミュレーションするとき、平面二次元モデルが使われることが多い¹⁾²⁾。平面二次元モデルは支配方程式である輸送方程式を水深方向へ積分して求められるために水平方向流速と輸送される物理量に鉛直分布がある場合に移流分散効果が発生する。最近、小松ら³⁾は内湾における平面二次元拡散計算のための移流分散係数の評価法を提案した。この評価法では場所による分散係数の違いは評価しているが、潮流場等のような非定常な場においては分散係数も非定常になるはずであり、時間変化も取り入れるべきであると思われる。また、移流分散効果は本来流れ方向にのみ生じるはずであり、流れに対して垂直な方向には乱流拡散のみが拡散能として働くことが予想されるので、拡散能には非等方性を取り入れる必要もある。本研究では、平面2次元モデルの移流分散係数の非等方性と非定常性を取り入れるために簡単なモデル化を行い、博多湾の塩素イオン濃度拡散計算によりその効果を評価してみた。

2. 分散係数のモデル化について 平面2次元モデルにおける移流拡散方程式は次式の様に書ける。

$$\frac{\partial}{\partial t}(HC) + \frac{\partial}{\partial x}(HUC) + \frac{\partial}{\partial y}(HVC) = \frac{\partial}{\partial x}(HF_X) + \frac{\partial}{\partial y}(HF_Y) + S \quad (1)$$

ここで、 H は水深、 U, V は水深平均された x, y 方向流速成分、 C は拡散物質の水深平均値、 F_x, F_y は x, y 方向の拡散flux、 S はソースもしくはシンクの項を表す。また、 $D_{xx}, D_{xy}, D_{yx}, D_{yy}$ を拡散係数テンソルの各成分とすれば、 F_x, F_y は一般的に次式で表せる。

$$F_x = D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} \quad F_y = D_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \quad (2)$$

小松ら³⁾は、内湾における拡散能の等方性を仮定し(すなわち、 $D_{xx} = D_{yy} = D, D_{xy} = D_{yx} = 0$)、場所毎の分散係数を次式で表した。

$$D = \alpha V_m h \quad (3)$$

ここで、 V_m は場所毎の潮流最大流速、 h は場所毎の平均水深、 α は各湾に固有の比例定数で成層度と吹送流の強さに依存する。博多湾における α の最適値は90であることが分かっている。

2-1 非定常性の導入について 分散係数の非定常性を考慮するために、代表流速として各時刻の底面摩擦速度 U 、($= \gamma_b (U^2 + V^2)^{1/2}$ 、ここで、 γ_b は海底摩擦係数($\gamma_b^2 = 0.0026$))を、代表長さとして各時刻の全水深 H を導入し、次式の様に表した。

$$D = \Gamma U^* H \quad (4)$$

博多湾における塩素イオン濃度の拡散計算により最適な比例定数 Γ は3200であることが分かった。比較に用いた実測データは福岡市が1987年に湾内の23ヶ所において毎月測定したデータを基に年平均値を算出し、その分布に最もフィットする Γ を最適値と判断した。但し、計算手法は小松らと同じであるが、移流項の計算スキームには風上差分を用いた。 $\Gamma=3200$ の場合の塩素イオン濃度分布の計算結果を図-2に示す。

2-2 異方性の導入について 移流分散効果は流れ方向のみに生じるはずであるから、流下方向(ξ 方向、図-1)には移流分散と乱流拡散による輸送を、流れに垂直な η 方向(図-1)には乱流拡散のみによる輸送を考慮して拡散係数を次式の様に表した。

$$D_L = \epsilon_l + \epsilon_{Ll} \quad D_T = \epsilon_{Tl} \quad (5)$$

ここで、 D_L, D_T は ξ, η 方向の全拡散係数を表し、 ϵ_l が移流分散係数を、 $\epsilon_{Ll}, \epsilon_{Tl}$ が ξ, η 方向の乱流拡散係数を表している。 $\epsilon_l, \epsilon_{Ll}, \epsilon_{Tl}$ を(4)式と同様なモデル化を行い次式の様に表した。

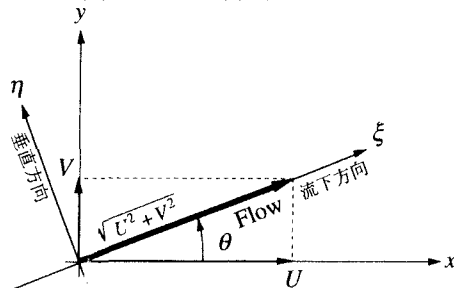


図-1 x-y座標系と ξ - η 座標系の関係

$$\varepsilon_l = k_l U \cdot H \quad \varepsilon_{Ll} = k_{Ll} U \cdot H \quad \varepsilon_{Tl} = k_{Tl} U \cdot H \quad (6)$$

図-1に示すように x 軸と z 軸がなす角を θ とすると、(2)式中の D_{xx} 等は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} D_{XX} &= D_L \cos^2 \theta + D_T \sin^2 \theta & D_{YY} &= D_L \sin^2 \theta + D_T \cos^2 \theta \\ D_{XY} &= D_{YX} = (D_L - D_T) \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (7)$$

このようなモデル化はHollyら¹⁾やFalconerら²⁾により以前行われていたが、彼らは(6)式中の係数 k_r , k_L , k_n としてElderによる開水路等流場における値 $k_r=5.86$, $k_L=0.07$, $k_n=0.23$ (Falconerらは $k_n=0.15$)を用いていた。博多湾にHollyらの値を適用した場合の計算結果を図-3に示す。図-2と比較しても分かるように拡散能が弱すぎるために湾奥への塩分の侵入が抑えられており、これらの係数の値がこのような計算には適していないことが分かる。これは、移流分散係数の与え方が小さすぎたためと考えられるので、係数 k_r の値のみを変化させることにより博多湾の塩素イオン濃度分布の再現を試みた。最適値として $k_r=2000$ が得られたが、その場合の計算結果(図-4)と良く現況を再現している図-2を比較して分かるように湾奥への塩分の侵入は起こっているものの、非等方性が強すぎたため濃度分布はかなり歪んだものとなった。また、 k_r を2000より大きくした場合についても計算を試みたが、これ以上非等方性が強くなると数値振動が発生してしまい不合理な計算結果を得た。このことについては原因が不明であり検討の余地が残されている。

2-3 異方性の修正について 上述のモデルでは非等方性が強すぎたため非現実的な濃度分布が計算された。そこで、分散係数の非等方性の度合いを変化させることにより修正を試みた。修正のための係数 α_r を導入し、 D_L , D_T を次式の様に表した。

$$D_L = \varepsilon_l + \varepsilon_{Ll} \quad D_T = \alpha_r \varepsilon_l + \varepsilon_{Tl} \quad (8)$$

$\alpha_r = 0$ が完全に非等方性、 $\alpha_r = 1$ が等方性な場合に相当する。そこで、等方的な場合の最適値 $k_r=3200$ に固定し α_r を0から1まで変化させ濃度分布の計算結果の比較を行った。比較のために、福岡市の測定点23ヶ所で計算結果と実測結果の絶対誤差の平均をとった。表-1に示した結果より明らかなように、等方性が強い場合の方がより精度良い計算結果が得られている。

3. 結論 内湾における平面2次元拡散計算のための分散係数の非等方性について簡単な検討を行った。その結果、分散係数の時間変化に伴う計算結果の違いは明確ではなく優劣は付けられなかった。また、分散係数はかなり等方的であることが分かった。これは、比較した実測値が年平均値であることに起因していると思われる。すなわち、年間を通じた流れの場は成層や風、気象の変化の影響を受けており毎周期同じ流れにはならないことや、水深方向に同じ方向を向いているとは限らずねじれた流速ベクトルの分布を持っている可能性が有り、これらが分散係数を等方的なものにしていると考えられる。これらのことは、同じ平面2次元モデルを用いる場合でもどのような場の計算を行うかにより分散係数の与え方を変える必要性が有ることを示唆している。

【参考文献】1). Hollyら(1984): *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 110(7), pp. 905-926. 2). Falconerら(1988): *J. Envir. Engrg.*, ASCE, 114(1), pp. 3-20. 3). 小松ら(1993): 水工学論文集, 37, pp. 391-396.

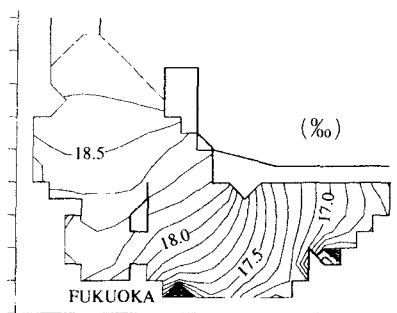


図-2 博多湾の塩素イオン濃度分布の計算結果
(4)式、 $F=3200$ の場合)

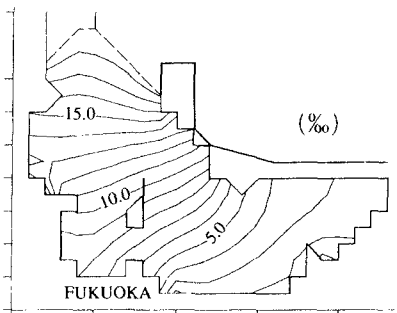


図-3 博多湾の塩素イオン濃度分布の計算結果
(5), (6)式、 $k_r=5.86$, $k_L=0.07$, $k_n=0.23$ の場合)

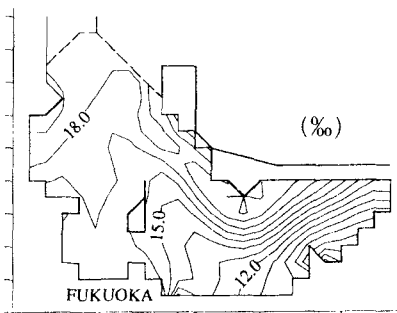


図-4 博多湾の塩素イオン濃度分布の計算結果
(5), (6)式、 $k_r=2000$, $k_L=0$, $k_n=0.23$ の場合)

表-1 各 α_r に対する誤差

α_r	平均誤差 (%)
0.2	1.08
0.4	0.490
0.6	0.302
0.8	0.225
1.0	0.192