

陰、陽形式重み付差分法を混用した傾斜水路模型潮流解析

九州産業大学 正員 加納正道 東 和 大学 正員 空閑幸雄
九州産業大学 正員 赤坂順三 九州産業大学○学員 久田見幸周

1. まえがき 筆者らは前報[文献1]で、2次元浅海流方程式において粘性項を無視した移流項のみの基礎式(1)で解析を行うことを考え、陽形式重み付差分法の定め方及び、図1の傾斜水路模型実験結果の一部を示した。本報では土木学会全国大会[文献2]で発表した陰形式重み付差分法による解析結果とその特徴をふまえて、陰、陽形式重み付差分法を混用して潮流解析を行う手法を提案する。即ち、この手法により流速が小さい場合に安定である陽形式WFDMと流速が大きい場合に安定でかつ時間離散化間隔(Δt)を大きくとれる陰形式を混用することで精度よく、安定で、計算時間を短く潮流解析を行うことができると考える。

2. 基礎方程式 潮流の基礎方程式は、2次元浅海流方程式から粘性項を無視したもの(式(1))にx方向のみ示す)及び連続の式(2)とする。

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{M}{H+\zeta} \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{N}{H+\zeta} \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\gamma_b^2}{(H+\zeta)^2} M \sqrt{M^2 + N^2} = -g(H+\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

ここに、 $M=U(H+\zeta)$ 、 $N=V(H+\zeta)$ は各々x、y方向の線流量、 U 、 V はx、y方向の平均流速、 ζ は水面の平均水面(H)からの高さ、 g は重力の加速度、 γ_b^2 は水底における摩擦係数であり、コリオリ力および粘性項は無視している。

3. 陰、陽形式WFDMの決定とその混用

陰、陽形式WFDMで線流量 M に関する浅海流方程式を解析する方法を述べよう。式(3)、(4)、(5)のように置き換えて線形化をほどこし、基礎式(1)を式(6)と表わす。即ち、底面摩擦項 G [式(4)]は M を含むので左辺で処理し、潮位変動項 F [式(5)]は M を含まないので非同次項として右辺で取扱う。次に、陰、陽形式WFDMの決定は、[文献1, 2]に示す方法に準じて行う。その内容を略記すれば、基礎式(6)の右辺をゼロとおいた同次式についてWFDM式を式(7)で表わし、次に同次式を満足する M の多項式群[式(8)]の3個の式($r=0, 1, 2$ に該当)を式(7)に代入して未定係数である a_1 、 a_2 、

a_3 を定める。次に、基礎式(6)を非同次式とみなし、これを解くためのWFDMを式(10)[陽形式]及び式(11)[陰形式]と記述する。更に非同次式を満足する M と F の多項式群の組み合わせである式(12)を式(10)又は式(11)に代入して F に関する未定係数である重み b_1 、 b_2 、 b_3 を決定するものである。陰、陽形式WFDMを混用するには、流速が小の場合に安定な陽形式と流速が大の場合に安定でかつ時間間隔(Δt)を大きくとれる陰形式WFDMをそれぞれ憩い流の時刻、及びそれ以外の時刻に使い分ける。

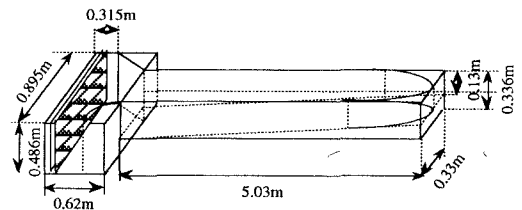


図1 水理模型装置

$$M / (H+\zeta) = m, \quad N / (H+\zeta) = n \quad (3)$$

$$\gamma_b^2 \cdot M \sqrt{M^2 + N^2} / (H+\zeta)^2 = G \quad (4)$$

$$-g(H+\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} = F \quad (5)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + m \frac{\partial M}{\partial x} + n \frac{\partial M}{\partial y} + G = F \quad (6)$$

$$M(i, j, \ell) = a_1 \cdot M(i, j, \ell-2) + a_2 \cdot M(i, j+1, \ell-2) + a_3 \cdot M(i, j-1, \ell-2) \quad (7)$$

$$M^{(r)}(x, y, t) = \sum_{i=0}^r \left\{ \frac{(x-mt)^i + (y-nt)^i}{i!} \right\} - G_t \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -C_x - C_y & -\alpha - C_x - C_y & \alpha - C_x - C_y \\ \{(-C_x)^2 + (-C_y)^2\}/2 & \{(-\alpha - C_x)^2 + (-C_y)^2\}/2 & \{(\alpha - C_x)^2 + (-C_y)^2\}/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_x - C_y + (1-G)t & -C_x + \beta - C_y + (1-G)t & -C_x - \beta - C_y + (1-G)t \\ (C_x^2 + C_y^2)/2 + (-C_x - C_y - G)t & (C_x^2 + (\beta - C_y)^2)/2 + (-C_x + \beta - C_y - G)t & (C_x^2 + (-\beta - C_y)^2)/2 + (-C_x - \beta - C_y - G)t \\ (-C_x^3 - C_y^3)/6 + (-C_x - C_y + C_x^2 + C_y^2 - G)t & (-C_x^3 + (\beta - C_y)^3)/6 + (-C_x + \beta - C_y + C_x^2 + (\beta - C_y)^2 - G)t & (-C_x^3 + (-\beta - C_y)^3)/6 + (-C_x - \beta - C_y + C_x^2 + (-\beta - C_y)^2 - G)t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

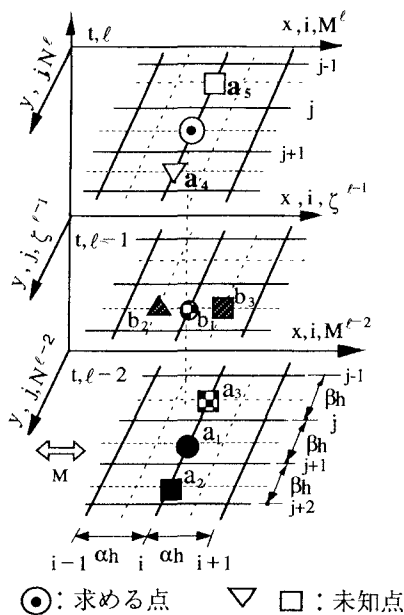


図2 多段階WFDM差分モデル

$$M(i, j, \ell) = a_1 \cdot M(i, j, \ell - 2) + a_2 \cdot M(i, j + 1, \ell - 2) + a_3 \cdot M(i, j - 1, \ell - 2) + b_1 \cdot F(i, j, \ell - 1) + b_2 \cdot F(i - 1/2, j, \ell - 1) + b_3 \cdot F(i + 1/2, j, \ell - 1) \quad (10)$$

$$M(i, j, \ell) = a_4 \cdot M(i, j + 1, \ell) + a_5 \cdot M(i, j - 1, \ell) + a_1 \cdot M(i, j, \ell - 2) + b_1 \cdot F(i, j, \ell - 1) + b_2 \cdot F(i - 1/2, j, \ell - 1) + b_3 \cdot F(i + 1/2, j, \ell - 1) \quad (11)$$

$$M_L = \sum_{i=1}^{L-1} \left\{ \frac{(x - mt)^i + (y - nt)^i}{i!} \right\} \cdot t + \frac{(x - mt)^L + (y - nt)^L}{L!} - Gt$$

$$F_L = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^{L-1} \left\{ \frac{(x - mt)^{i-1} + (y - nt)^{i-1}}{(i-1)!} \right\} \quad (12)$$

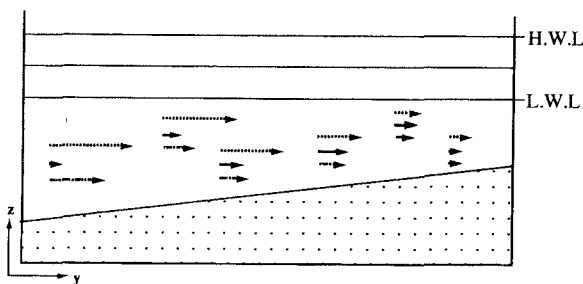


図3 水理模型実験・WFDM解析による流向・流速

4. むすび 図2にWFDM差分モデルの例を挙げ、図3に解析結果の1部を水理模型実験結果と共に示している。港湾施設新改築造、

ウォータフロント開発の対象となる海域では、地勢変化が大きい場合が多く、潮流は場所により、時刻によって、その流向と流速を大きく変える。また解析が要求される期間は、数～数十潮時と長時間にわたってくる。従ってこのような潮流解析には、タフで効率のよい解法がのぞまれ、この目的で本解析手法を更に吟味検討し発展させていきたい。

参考文献 1) 空閑、加納、赤坂: 傾斜水路模型による潮流解析、平成6年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集

2) 加納、空閑、赤坂、久田見: 傾斜水路模型の陰、陽形式重み付差分法潮流解析、第50回土木学会年講第II部