

マコーマック法を用いた2次元洪水計算

九州工業大学工学部 学生員 ○サニット ウナガ, A.K. ジャ
同 上 正 員 秋山 壽一郎、浦 勝

1. 序論

最近、流束分離法、流束差分法、TVD法、MUSCL法などを用いた、ダム破壊流れや常射流が混在する洪水流などに代表される非定常性の強い自由表面流れの高精度数値計算に関する研究が盛んに行われている(例えば、Jha et al., 1995)。このような高精度計算法を用いれば、ダム破壊流れに対しても非常に精度良く数値計算を行うことができる。しかし、これらの計算手法を流砂現象を伴う非定常流などに適用するためには、実用上の観点から未だ多くの問題点が残されているのが実状である。そこで本研究では、よりシンプルではあるがより拡張性に富んだマコーマック法を保存則形の2次元浅水方程式に適用し、1次元のダム破壊流れの理論値・実験値と計算値との比較を行い、マコーマック法の適用性について定量的に検証するとともに堤防から越流した2次元洪水流れの数値シミュレーションを行った。

2. 2次元洪水数値モデル

保存則形の2次元浅水方程式の連続式および運動方程式は、式(1)で与えられる。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{S} = 0 \quad (1)$$

$$\text{ただし、} \mathbf{U} = \begin{bmatrix} h \\ uh \\ vh \end{bmatrix}; \mathbf{E} = \begin{bmatrix} uh \\ uh^2 + 0.5gh^2 \\ uvh \end{bmatrix}; \mathbf{F} = \begin{bmatrix} uh \\ uvh \\ v^2h + 0.5gh^2 \end{bmatrix}; \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh(S_{0x} - S_{fx}) \\ -gh(S_{0y} - S_{fy}) \end{bmatrix}$$

ここに、 h =水深、 u 、 v =断面平均流速、 S_{0x} 、 S_{0y} = X および Y 方向の水路床勾配、 g =重力加速度であり、 X および Y 方向の摩擦勾配 S_{fx} 、 S_{fy} はそれぞれ次式で与えられる。

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}}; \quad S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (2)$$

ここに、 n =マニング数である。

2次元浅水方程式に予測子・修正子タイプのマコーマック法を適用し、前進差分・後退差分の4-ステップアルゴリズムおよびJamesonの人工粘性を導入した2次元洪水計算モデルを構築した。境界格子点の計算は、すべり壁面としてModified of Characteristic Method (MOC法)を用いた。以下のいずれの計算例も長さ990m×幅200mの仮想水路において行った。

3. 結果

まず、1次元ダム破壊流れの理論解との比較・検討を行ったものが図1である。ここに、貯水池水深は10.00m、下流水深は0.50m、水路床勾配 $S_{0x}=S_{0y}=0.00$ であり、計算条件は、刻み幅 $\Delta x=\Delta y=10.00$ m、クーラン数 $Cr=0.95$ 、マニング数 $n=0.00$ 、および人工粘性係数 $k=0.10$ である。同図より、計算値はダム破壊流れの理論水面形をほぼ再現していることがわかる。

また、有名なWESによる1次元ダム破壊流れの水面形および断面平均流速の実測値(Condition 1-1, STA 280 (距離 $x=85.34$ m))との比較・検討を行ったものが図2および3である。ここに、ダム位置の初期水深 $h_0=1.22$ m、 $S_{0x}=0.005$ 、 $S_{0y}=0.00$ 、 $\Delta x=\Delta y=1.53$ m、 $Cr=0.95$ 、 $n=0.009$ 、および $k=0.10$ である。両図より、計算値の洪水到達時刻はWESの実測値よりやや遅れているものの、実験結果を良好に再現していることがわかる。

以上より、本2次元モデルは1次元ダム破壊流れをかなりの精度で再現できることが定量的に検証されたので、堤防から越流した洪水流れの2次元数値シミュレーションを行った。計算条件は、図1と同様なものを用いた。ただし、 $n=0.01$ とした。実際の洪水氾濫原はしばしばゼロ水深であるが、この場合、数値計算が不可能となるので、初期水深 h_0 を0.005mに設定した。

また、水路上流端の中央に幅 $B=30\text{m}$ の越流口を設け、そこでの境界条件として流量ハイドログラフ($q=0.004t$)を与えた。ここに、 q =単位幅流量(m^2/s)、 t =時間(s)である。図4に計算時間 $t=50\sim 1000\text{s}$ の洪水波先端部の伝播距離と到達時刻を示す。また、縦断面 $Y=100\text{m}$ および横断面 $X=300\text{m}$ における計算時間 $t=500\text{s}$ での水深 h 、流速 u および v 、フルード数 F_r を図5および6に示す。両図より、洪水の到達距離、横断面の水深および流速は中心軸に左右対象であり、マコーマック法の問題である方向性がうまく処理されていることがわかる。

4. 考察

2次元洪水計算モデルを構築し、1次元のダム破壊流れに対する適用性の定量的検討を行うとともに2次元氾濫の数値シミュレーションを行い、本2次元モデルの有効性が確かめられた。今後は流砂現象を伴う非定常流などに適用できる数値モデルを構築したいと考えている。

参考文献

- [1] Chen, Journal of Hydr. Div., ASCE, Vol. 106, No. HY4, 1980.
- [2] Jha et al., J. of Hydraul. Engr., ASCE, Vol. 121, No. HY12, 1995.

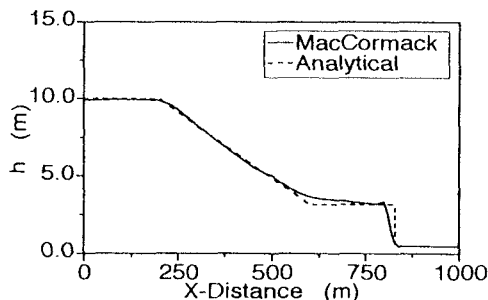


図1 ダム破壊流れの理論解との比較

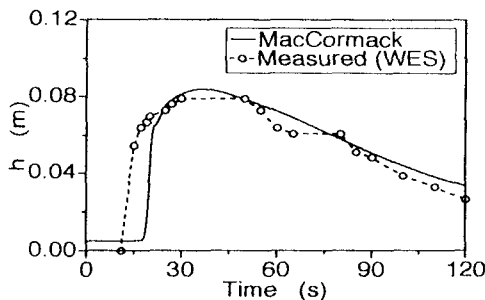


図2 WESの実験値との比較(水深)

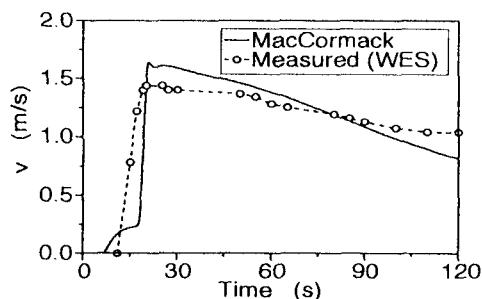


図3 WESの実験値との比較(流速)

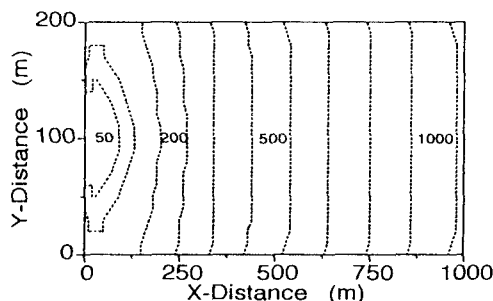


図4 洪水先端部の伝播距離

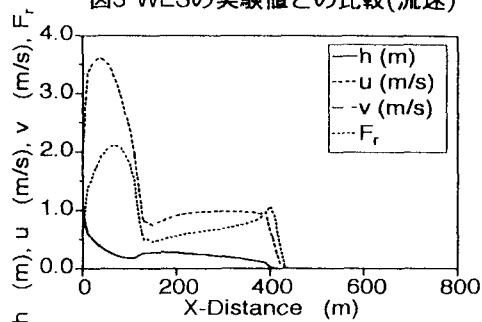


図5 縦断面 $Y=100\text{m}$ の水理特性量($t=500\text{s}$)

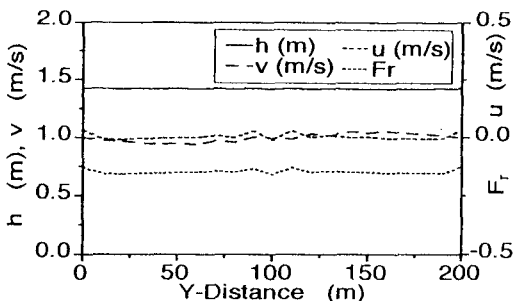


図6 横断面 $X=300\text{m}$ の水理特性量($t=500\text{s}$)