複断面を有する開水路の流れ解析

佐賀大学理工学部　○　正　大串　浩一郎
佐賀大学大学院　　　学　北田　幸夫
佐賀大学理工学部　　正　渡辺　訓甫
(株) 建設技術研究所　正　松本　憲一

1．はじめに

我国における河川改修は、流域における治水・利水並びに河川環境の維持を目的として行われてきている。大河川の改修の特徴の一つとして挙げられるのが、断面の多くが複断面であるということである。低水路と高水敷を有する複断面水路の流れの問題は、流れの複雑な事もあり、正確にいうと２次元あるいは３次元解析に頼らざるを得ない。しかしながら、長い河川の延長において２次元あるいは３次元の流れ解析を行うには大変な時間と費用、努力が強いられる。工学的な見地に立てば、１次元解析法はまだ重要な解析手法であり、検討課題も多く残っていると言える。

近年、多くの研究者によって、開水路流れの１次元もしくは２次元数値解析に MacCormack スキームが用いられてきている。このスキームは、予測子・修正子による２段階の陽的解法で、空間的にも時間的にも２次の精度を有している。この計算法を、保存形で表された流れの支配方程式に適用すると、跳水などの不連続部を捉えることが可能となる。一方、上記の複断面水路の流れを解くのに通常の差分法を適用すると、水表面と高水敷面との交差部付近において数値振動を引き起こすことが知られている。本研究では、１次元の MacCormack スキームを複断面を有する開水路流れに適用し、その精度について検証を試みた。

2．流れの基礎式

１次元漸変流の基礎式は以下のようである。

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=q_1 \quad (1) \qquad\qquad \frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\alpha QV+gA\bar{y})=gA(S_0-S_f)+V_x q_1 \quad (2)$$

ここに、A は流水断面積、Q は流量、V は断面平均流速、$\bar{y}$ は断面図心位置の水深、S_0 は河床勾配、S_f は水路摩擦勾配、q_1 は単位幅当たりの横流入量、V_x は横流入流速の主流方向成分（x成分)、α はエネルギー補正係数である。摩擦勾配についてはManning則にしたがうものとする。

3．基礎式の離散化

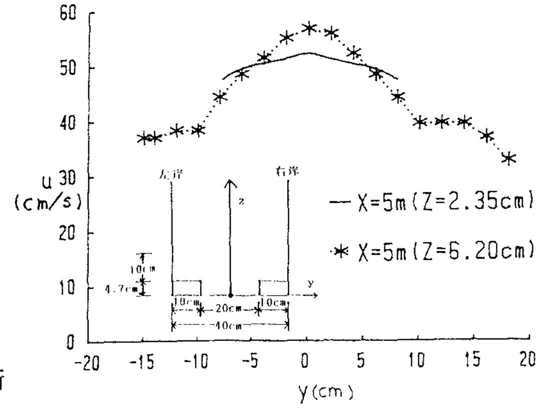
MacCormack スキームの詳細についてはここでは省略するが、このスキームは要するに保存型で表される支配方程式に対して、予測子で空間方向に前進差分（あるいは後退差分)、修正子でその逆の空間差分を行い、最終的にその両者の平均をとって誤差を小さくするものである。

また、複断面水路における低水路と高水敷では水理特性がかなり異なることが予想されるので、以下のように取り扱った。すなわち、流水断面をN個の小断面に区分けし、その各々の断面平均流速、断面積、通水能をそれぞれV_i、A_i、K_i (i=1,2,...,N) とする。個々の小断面の流量の和が断面の全流量に等しいこと、並びに全ての小断面における摩擦勾配が近似的に等しいという仮定を採用すると、断面全体のエネルギー補正係数α並びに摩擦勾配S_fは、次のように表すことができる。すなわち、

$$\alpha = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{K_i^3}{A_i^2}\right)\left(\sum_{i=1}^{N} A_i\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{N} K_i\right)^3} \qquad (3)$$

$$S_f = \frac{Q^2}{\left(\sum_{i=1}^{N} K_i\right)^2} \qquad (4)$$

(3)、(4) 式を用いることによって、各々の小断面の流速を計算する必要がなくなり、1次元解析法としては都合が良い。また、摩擦勾配については、ドライベッド上の流れにも対応できるよう、陰形式で計算を行うこととした。



図－1　複断面水路の流速の横断分布

4．モデル計算

上記の仮定の検証のため、室内実験で得られた流速分布（図－1）を元に、断面全体、低水路、高水敷各々の平均流速、摩擦勾配並びに通水能を求め、実験値と比較した。結果は表－1のようである。高水敷の摩擦勾配が低水路に比べてやや大きいが、妥当な結果であると思われる。この実験の値から得られたエネルギー補正係数 α は 1.133 であった。

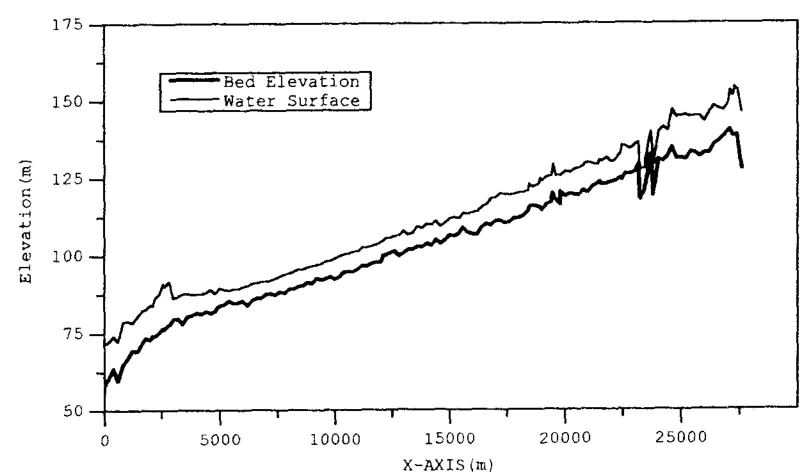
表－1　低水路・高水敷の水理諸量

	Main Channel	Flood Plain(1)	Flood Plain(2)
Ai(m2)	0.0148	0.0027	0.0027
Vi(m/s)	0.48	0.35	0.35
ni	0.013	0.013	0.013
Ri(m)	0.05034	0.02126	0.02126
Ki	0.1552	0.01594	0.01594
Qi/Ki	0.04577	0.05928	0.05928
Sfi	0.00209	0.00351	0.00351

5．実河川の流れ解析への適用

上記の計算法を実河川に適用した。計算領域に含まれる河川の延長は 27km、平均河床勾配は 1/360 とかなり急な勾配である。途中、数カ所の支流からの合流があり、最終的な流量は $3500m^3/s$ である。計算で得られた水面形を図－2に示す。途中何カ所かに射流の領域が含まれているが、計算では問題なく再現されている。

6．結論　複断面を有する水路においても、上記の考察と1次元 MacCormack スキームを用いて、常射流混在する流れを精度よく計算できることが分かった。



図－2　実河川の流れ解析例