

内水排除の逐次最適制御に関する一考察

九州大学大学院 学生員 ○祐徳 泰郎  
九州大学工学部 正員 河村 明  
九州大学工学部 正員 神野 健二

1.はじめに

これまで内水排除のためのポンプは、規定の操作ルールに基づいて確定的に運用されている。しかし、より効率的な運用を行うには、実時間で得られる情報を基に、確率過程下でのポンプ流量を時時刻刻と決定して行く方法の方がより現実的で有効と考えられる。本報では、与えられた制約条件のもとで利益や経費などの目的関数を最小または最大にするための有効な手段として広く利用されている線形計画法(以下LPと記す)を、ポンプ操作によって内水を排除する計画に逐次適用していくことを考える。そこで内水区域を一つの水位で代表させる1ブロックモデルを用い、湛水深およびポンプを決定変数としてシミュレーションを行いLPによる内水排除の逐次最適制御の特性について検討を行っている。

2. ポンプ流量制御に対するLPの定式化

図-1に示すような内水区域を一つの水位で代表させる1ブロックモデルを考え、本モデルの連続の式が次のように表されるとする。

$$A \cdot d(h_1(t) - h_d) / dt = Q_{in}(t) - Q_h(t) - Q_p(t) \tag{1}$$

ここに、A:湛水面積(m<sup>2</sup>)、t:時点、h<sub>1</sub>:湛水位(m)、h<sub>d</sub>:地盤高(m)、Q<sub>in</sub>:流入量(m<sup>3</sup>/s)、Q<sub>h</sub>:樋管流量(m<sup>3</sup>/s)、Q<sub>p</sub>:ポンプ流量(m<sup>3</sup>/s)

次に湛水深h<sub>1</sub>とポンプ流量Q<sub>p</sub>を決定変数としてLPの目的関数を次式で定義する。

$$\text{Minimize} : Z(k) = \sum_{\tau=0}^T [\lambda_1 \{h_1(k+\tau+1) - h_d\} + \lambda_2 Q_p(k+\tau)] \tag{2}$$

ここに、T:制御時点数、k:時点、λ<sub>1</sub>:重み係数(1/m)、λ<sub>2</sub>:重み係数(1/m<sup>3</sup>)

また制約条件は、式(1)の連続の式とポンプ容量の制限より次のようになる。

$$\{h_1(k+\tau+1) - h_d\} = \{h_1(k+\tau) - h_d\} + \{Q_{in}(k+\tau) - Q_h(k+\tau) - Q_p(k+\tau)\} \Delta t / A \tag{3}$$

$$Q_p(k+\tau) \leq P_{max} \tag{4}$$

ここに、樋管流量Q<sub>h</sub>は次式で表される。

$$Q_h(k+\tau) = C_o A_o \sqrt{2G} \{h_1(k+\tau) - h_r(k+\tau)\} \cdot U(h_1(k+\tau) - h_r(k+\tau)) + C_o A_o \sqrt{2G} \{h_1(k+\tau) - h_d\} \cdot U(h_d - h_r(k+\tau)) \tag{5}$$

ここに、C<sub>o</sub>:樋管流量係数、A<sub>o</sub>:樋管断面積(m<sup>2</sup>)、G:重力加速度(m/s<sup>2</sup>)、h<sub>r</sub>:本川水位(m)、Δt:刻み幅(s)、U:ステップ関数でU(X)=1.0の時X>0、U(X)=0.0の時X<0、U(X)=0.5の時X=0である。Q<sub>h</sub>は、h<sub>1</sub>がh<sub>d</sub>よりも高い場合と低い場合に分けられそれをステップ関数Uで区別し、また非線形となるため直線近似により線形としており、それを図-2に示している。また非負条件はh<sub>1</sub>(k+τ+1) ≥ 0、Q<sub>p</sub>(k+τ) ≥ 0のようになる。LP問題は、入力条件となるQ<sub>in</sub>および境界条件となるh<sub>r</sub>が全て事前にわかっているれば一度だけの求解でよいが、それらを全て事前に予測することは不可能であるので、式(2)におけるT時点先までは予測可能としてLP問題を定式化し、これを最終時点まで逐次更新していく。

3. LPの適用とその考察

以上述べたLPを1ブロックモデルに適用し検討した。本報では、模擬データとして湛水池の流入量データQ<sub>in</sub>を10分間隔(Δt=600s)で72時点(12時間)程用いており、これは図-4(c)の様である。また、同期間の本川水位h<sub>r</sub>を図-4(d)に示している。また、湛水面積A=8.0×10<sup>6</sup>(m<sup>2</sup>)、地盤高h<sub>d</sub>=1.00(m)、樋管流量係数C<sub>o</sub>=0.60、樋管断面積

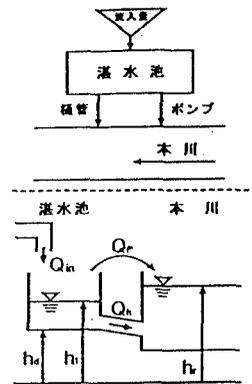


図-1 1ブロックモデル

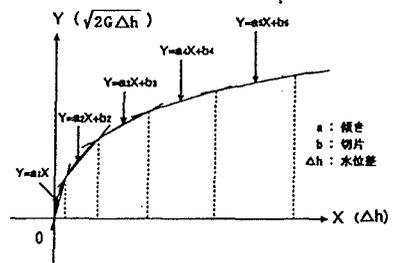


図-2 線形、非線形

$A_0=20.00(\text{m}^2)$ 、ポンプの最大容量 $P_{\text{max}}=30.00(\text{m}^3/\text{s})$ 、重み係数 $\lambda_1=1.0(1/\text{m})$ 、 $\lambda_2=0.003(1/\text{m}^3)$ 、初期湛水深 $h_1(0)-h_d=0.00(\text{m})$ とし、LPの数値シミュレーションを行った。T=0の場合は決定変数が2個のみであるので図解が可能であり、決定変数である湛水深 $h_1-h_d$ およびポンプ流量 $Q_p$ をそれぞれ $X_1, X_2$ とすると、制約領域は式(3)より図-3の直線上となり、また式(4)より制約領域は $P_{\text{max}}$ によって変化する。 $P_{\text{max}}>P$ (Pは制約条件式と $X_2$ 軸との交点)の場合は図-3(a)の太線、また $P_{\text{max}}\leq P$ の場合は図-3(b)の太線のようになる。図から分かるように、 $\lambda_2/\lambda_1$ ( $Z_{\text{min}}$ の傾き) $>\Delta t/A$ (制約領域の傾き)の場合は $X_2$ が0で目的関数Zは最小となり、 $\lambda_2/\lambda_1 < \Delta t/A$ の場合は $X_2$ がP( $P_{\text{max}}>P$ )あるいは $P_{\text{max}}$ ( $P_{\text{max}}\leq P$ )で最小となる。ここで $\Delta t=5$ とした場合の湛水位 $h_1$ 、樋管流量 $Q_h$ 、ポンプ流量 $Q_p$ の変化をそれぞれ図-4の(d)、(b)、(a)に示している。図-4の(b)、(d)より湛水位が本川水位より高い場合は樋管流量がある。またkが5から10までの各時点のポンプ流量を表-1に示す。表-1から分かるように、7時点のポンプ流量は、kが5の時は0であるが6の時は $6.43(\text{m}^3/\text{s})$ になり7の時は $16.29(\text{m}^3/\text{s})$ となっている。これは、制御時点数T(=5)より後の流入量が考慮されないためである。kが10以降はT時点内の前半にポンプが稼働していた。これはkが10以降は $\tau=0$ の湛水深が大きく早めにポンプを稼働させ水深を下げておけば、それが後の時点にも効いてくるためと考えられる。またkが34以降は、流入量が減少しかつ本川水位が下がってくるため、T時点内のポンプの稼働回数はだんだん減少した。その結果 $\tau=0$ のポンプは常に稼働し、図-4(a)のような操作となった。なお $\lambda_2$ を小さくするにつれT時点内のポンプの稼働回数は増加し、大きくするにつれて減少した。次にLPの結果と、以下に示すようなルールでポンプ操作を行った場合との総被害(=  $\lambda_1 \times$ 全時点の湛水深+ $\lambda_2 \times$ 全時点のポンプ流量)を比較し検討した。

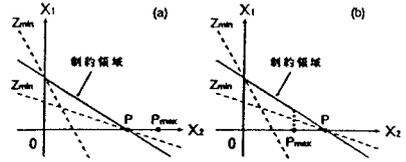


図-3 制約領域

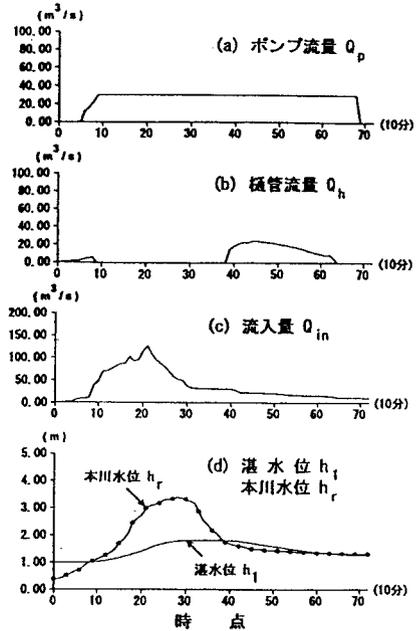


図-4 LPによる制御結果

表-1 ポンプ流量  $Q_p$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ )

k	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00					
6		12.42	6.43	9.06	0.00	0.00	0.00				
7			16.29	9.06	30.00	0.00	0.00	0.00			
8				22.42	30.00	30.00	0.00	0.00	0.00		
9					30.00	30.00	30.00	0.00	0.00	0.00	
10						30.00	30.00	30.00	0.00	0.00	0.00

$(h_d=0.0)$ の総被害は37.4、またルール2の場合は42.4となり、ルール1の方がLPの操作よりも小さくなった。これは、今回の場合T=5と小さめに設定しているため、この制御時点内では最適制御がなされるが、逐次制御を行った総被害は必ずしも最小とはならないためと考えられる。なおTを大きくすると総被害は小さくなるものと考えられるが、流入量 $Q_{\text{in}}$ などの予測が困難となる上、計算量は急激に増加することが問題となる。

#### 4. おわりに

本報では、LPによる内水排除の逐次最適制御の特性について検討を行った。その結果、制御時点数が0の場合、ポンプ流量は重み係数の比で決まり、制御時点数を5とした場合、制御時点内では最適制御がなされるが全時点を通しての総被害は最小とはならなかった。また本制御のポンプの挙動特性が分かった。今後は、Tの変化に対するLPの挙動特性について検討し、さらにブロックを増やし平面的な問題にLPを適用していくつもりである。

参考文献 1)建設省河川局治水課:内水処理計画策定の手引き(1995.2)