ケーブル固有振動数から張力を推定する一方法について

九州産業大学　正　水田　洋司　　住友建設(株)　正 ○樋渡　則章
九州産業大学　正　白地　哲也　　熊本工業大学　正　平井　一男

1. はじめに

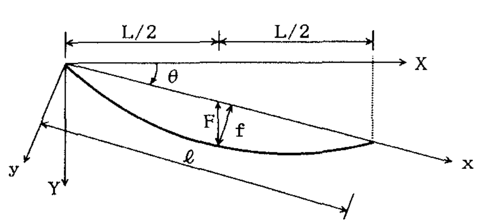
ケーブル張力を推定する方法として、振動法が用いられているが、ケーブルの傾斜角、曲げ剛性や張力の大きさによって使用する式を区別する方法が提案されている[(1),(2)]。本研究ではケーブル振動が吊床版橋の振動と同じであることに着目して、曲げ剛性、サグ量を考慮した式を吊床版橋の式より導き、その精度について検討した。特に、傾斜角が振動数に及ぼす影響については有限要素法で調べたが、斜張橋で使用されるケーブルでは、その影響を考慮する必要のないことが判った。また、ケーブル張力や曲げ剛性の推定には逆対称振動数の測定値を使用する方法を提案している。取り扱うケーブルの両端はヒンジである。

2. 斜張橋に使用されるケーブルのサグ比と傾斜角

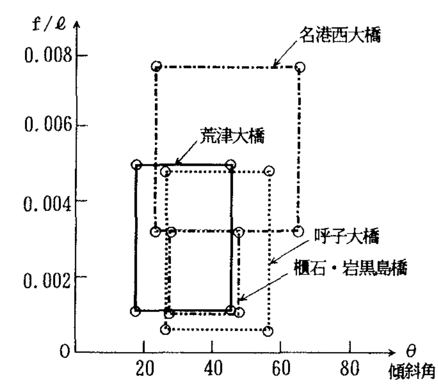
斜張橋に使用されるケーブルの長さ、サグ比や傾斜角(図-1参照)は橋の大きさによって異なり、一概に規定するのは難しいが、荒津大橋、名港西大橋、呼子大橋、櫃石・岩黒島橋の五橋に使用されているケーブルのサグ比と傾斜角の関係を図-2に示している。サグ比はケーブル形状を放物線と仮定した場合の張力とサグ比の関係式、式(1)より算定した値を用いて図化している。

$$H=\frac{w\ell^2}{8f}=\frac{w\ell}{8\cdot\frac{f}{\ell}} \qquad (1)$$

w：単位長さあたりの重量，H：張力



図－1　解析モデル



図－2　サグ比と傾斜角の関係

3. 傾斜角と固有振動数

ケーブル傾斜角が固有振動数に及ぼす影響を、文献(2)に記されている表-1のケーブルを例にとり、サグ比が小さい場合($f/\ell=0.0044$)と大きい場合($f/\ell=0.013$)について調べ、表-2のような結果を得た。この表から判るように、傾斜角による固有振動数の差は1.7%であり、傾斜角の影響は非常に小さい。これは図-3に示すように、張力を受けるケーブル振動はケーブル支点を結ぶ線ABと直角方向に生じるためであろう。

表－1　ケーブルの諸元

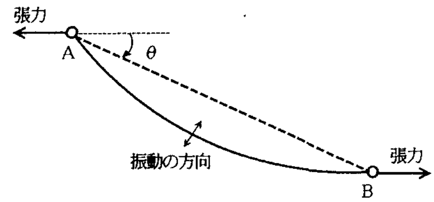
長　さ　ℓ	301.867　m
断面積　A	0.012969　m²
単位長さあたりの重量 w	0.1049　tf/m
曲げ剛性　EI	38.804　tf·m²

表－2　固有振動数の比較(Hz)

次数	f/ℓ＝0.0044		f/ℓ＝0.013	
	θ＝0°	θ＝65°	θ＝0°	θ＝65°
1	0.489	0.482	0.290	0.285
2	0.963	0.963	0.556	0.556
3	1.445	1.445	0.838	0.835
4	1.926	1.926	1.112	1.111
5	2.408	2.408	1.391	1.390

4．提案法

ＰＣ吊床版橋はケーブル張力で外力に抵抗する構造物であり、その振動は質量を付加されたケーブルの振動と同じである。したがって、ケーブルの曲げ剛性・張力・サグ比の関係を、吊床版橋の曲げ剛性・張力・サグ比に置換すれば、吊床版橋で提案した式[3]をそのまま用いてケーブルの固有値解析を実施することができる。以下に両端ヒンジの場合のケーブル固有振動数の算定式を記す。



図－３　傾斜角と振動の方向

対称振動数
(n=1, 3, 5, ･･･)

$$1+\frac{512\beta}{\pi^{6}}\sum_{n}\frac{1}{n^{2}\left[n^{4}\left\{1+\frac{H}{n^{2}P_{cr}}\right\}-\left\{\frac{\omega}{\omega_{g1}}\right\}^{2}\right]}=0 \quad (2)$$

$$\beta=\frac{f^{2}}{I}\frac{A}{1+8\left(\frac{f}{\ell}\right)^{2}+19.2\left(\frac{f}{\ell}\right)^{4}} \quad (3)$$

ここに、
A：断面積
I：断面２次モーメント
H：張　力
ω：求める固有振動数 (rad/sec)
ω_{g1}：ケーブルを単純梁とみなしたときの１次固有振動数 (rad/sec)
P_{cr}：ケーブルを両端ヒンジの柱と考えたときの座屈荷重

逆対称振動数
(n=2, 4, 6, ･･･)

$$\omega=\omega_{gn}\sqrt{1+\frac{H}{n^{2}P_{cr}}} \quad (4)$$

ここに、
ω_{gn}：ケーブルを単純梁とみなしたときのｎ次固有振動数 (rad/sec)

5．ケーブル固有振動数の比較

表-1のケーブルを例にとり、張力900tf (f/ℓ =0.0044) のときの固有振動数の計算を行った。計算結果は表-3に記している。表中の提案法は式(2)、(4)で計算しており、傾斜角 θ =0° である。平面ＦＥＭの分割数は40要素であり、傾斜角 θ =65° である。

表－３　提案法による固有振動数 (Hz)

次数	提 案 法	ＦＥＭ(θ =65°)
1	0.482	0.482
2	0.961	0.963
3	1.441	1.445
4	1.921	1.926
5	2.402	2.408

6．結　論

斜張橋で使用されるケーブルでは、振動数を計算する際に傾斜角を考慮する必要性の薄いことが判り、式(2)、(4)を提案した。この２つの式の内容と表-3の結果から理解できるように、張力の計算には逆対称振動数を用いる方が簡単であり、式(4)を変形した次式を提案する。

$$H=\frac{n^{2}\pi^{2}EI}{\ell^{2}}\left\{\left(\frac{\text{測定値}}{\omega_{gn}}\right)^{2}-1\right\} \quad (5)$$

ここに、ｎ＝2, 4, 6, ･･･である。計測された測定値が２次振動であれば、ｎ＝2、ω_{g2}を用いて張力Ｈを算定する。実際には曲げ剛性ＥＩをどのようにして測定するかが、大きな問題となるが、２個の逆対称振動数の測定値が検出されれば、式(5)を用いてＥＩを決めることも可能である。すなわち、曲げ剛性ＥＩと張力Ｈを未知数とする２元連立方程式を解くことにより、ＥＩとＨを決めることができる。

参考文献

(1) 新家徹，他３名：振動法によるケーブル張力の実用算定式について，土木学会論文報告集第294号，pp.25～32，1980年2月。
(2) 島田忠幸：ケーブルの高次振動モードの固有振動数測定値からの張力測定法について，土木学会論文報告集No.501，I-29，pp.163～171，1994年10月。
(3) 水田洋司，他３名：吊床版橋歩道橋の鉛直固有振動数の解析法について，構造工学論文集，Vol.38A，pp.755～763，1992年3月。