

## 変動軸力と面内荷重を同時に受けるケーブルの非線形応答

長崎大学工学部 学生員 ○花田博史

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

長崎大学工学部 学生員 山口健市

1. まえがき 著者らは、斜張橋などの支持ケーブルの支点が塔もしくは桁の振動によって変動軸力を受けケーブルが振動する場合の線形応答を報告した<sup>1)</sup>。また、ケーブルは非線形項が強い構造部材であるため応答を求めるには、非線形振動論による解析が必要となり、平均法<sup>2)</sup>を採用することによって変動軸力と面内荷重を受ける偏平ケーブルの非線形振動を解析し、その特性を明らかにした<sup>3)</sup>。しかし、これまでは変動軸力の項と面内荷重の項との振動数の比が1:1( $\nu=1$ )を有する場合にとどまっている。そこで、本研究では変動軸力の項と面内荷重の項との振動数の比が2:1( $\nu=2$ )の関係にある場合を対象とし、これらの力を同時に受ける偏平ケーブルについて応答振幅に及ぼす荷重強度、サグ比、および変動軸力の影響を明らかにして $\nu=1$ の場合と比較する。

2. 解法 変動軸力と面内荷重を受ける偏平ケーブル(サグ比1/8以下)の運動方程式は次式で与えられる。

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{8f}{l^2} H_a - (H_e + H_l \cos \nu \Omega t + H_a) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = p \cos(\Omega t + \varphi) \quad (1)$$

ここに、 $H_a = \frac{EA}{L_e} \left\{ \frac{8f}{l^2} \int_0^l w dx + \int_0^l \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \right\}$ : たわみによる付加水平張力、 $m$ : ケーブルの単位長さあたりの質量、 $f$ : ケーブルのサグ、 $l$ : スパン長、 $H_e$ : 初期水平張力、 $H_l$ : 変動軸力の振幅、 $p$ : 荷重強度、 $w$ : たわみ、 $t$ : 時間、 $\nu \Omega$ : 変動軸力の円振動数、 $\Omega$ : 外力の円振動数、 $\varphi$ : 位相角、 $E$ : ヤング率、 $A$ : 断面積、 $L_e$ : ケーブル長(図-1 参照)。

式(1)の解を次のように1自由度系に仮定する。

$$w = lT(t)W(x) \quad (2)$$

ここに、 $T$ : 時間関数、 $W$ : 座標関数で線形振動の固有振動形

式(2)を式(1)に代入して、Galerkin法を適用すれば時間に関する運動方程式が得られる。これに粘性減衰力を考慮すると

$$\ddot{T} + 2h\omega_1 \dot{T} + (\omega_1^2 + C_1 \bar{H}_l \cos \nu \bar{\omega} \tau) T + C_2 T^2 + C_3 T^3 = C_4 \bar{p}_0 \cos(\bar{\omega} \tau + \varphi) \quad (3)$$

ここに、 $\omega_1$ : 1次振動の無次元固有円振動数、 $h$ : 減衰定数、 $\bar{H}_l = H_l / H_e$ : 無次元変動軸力の振幅、 $\bar{\omega} = \Omega / n_0$ : 無次元加振円振動数、 $\bar{p}_0 = p_0 / H_e$ ,  $\tau = n_0 t$ : 無次元時間、 $n_0 = \sqrt{H_e \pi^2 / ml^2}$ : 弦の第1次の固有円振動数、 $C_2, C_3$ : 非線形項の係数。なお、 $\omega_1, C_1, C_2, C_3, C_4$ はケーブルのサグ比 $\gamma = f/l$ , および縦波-横波伝播速度比 $k = \sqrt{EA/H_e}$ および $W$ より定まる。

式(3)の定常解を得るために、調和バランス法を用いる。まず、近似解を次式で仮定する。

$$T = c_0 + c_{1/2} \cos \frac{\bar{\omega} \tau}{2} + s_{1/2} \sin \frac{\bar{\omega} \tau}{2} + c_1 \cos \bar{\omega} \tau + s_1 \sin \bar{\omega} \tau \quad (4)$$

ここに、 $c_0, c_1, s_1$ : 付随調波成分、 $c_{1/2}, s_{1/2}$ : 分岐調波成分

式(4)を式(3)に代入して調和バランス法を適用すると、非線形連立代数方程式が得られる。

この方程式にNewton-Raphson法を用い、初期値を入れて解けば振幅成分が得られる。また、式(4)を2元連立の1階常微分方程式に変換し、Runge-Kutta-Gill法を用いると時間応答が得られる。

3. 解析結果 本研究は、 $\nu=2$ の場合の解析を行った。

(1)  $\nu=1$ の場合との比較  $\nu=1$ と $\nu=2$ の場合との比較を図-2と図-3の応答曲線で示す。ここで、サグ比 $\gamma = 0.02$ , 無次元変動軸力の振幅 $\bar{H}_l = 0.3$ , 荷重強度 $\bar{p}_0 = 0.3$ , 縦波-横波伝播速度比 $k = 30$ としている。縦軸はスパン長で無次元化した無次元応答振幅、横軸は弦の第1次の固有円振動数で無次元化した無次元加振円振動数である。また、数値シミュレーションによる最大応答を○でプロットした。解析解と数値解はよく一致している。どちらも変動軸力と面内荷重を受けるため、あらゆる振動数領域に応答は現れ固有振動数( $\omega_1$

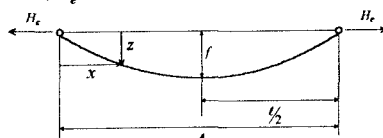


図-1 ケーブルの一般図

$=1.68$ )と固有振動数の2倍( $2\omega_1=336$ )付近の領域でそれぞれ主調波応答、1/2 分数調波共振の応答が成長している。また、サグ比 $\gamma=0.02$ では応答は軟化バネ特性を示している。 $\nu=1$ の場合、変動軸力の影響が固有振動数の2倍付近で強く現れ、1/2 分数調波共振の応答を増大させ、加振振動数を大きくすると新たに分岐した応答が出現しているが、 $\nu=2$ の場合は変動軸力の影響は小さく応答は増大せずピークをもっている。しかし、発生する振動数領域は広がっている。主調波応答に関しては、 $\nu=2$ の場合に変動軸力の影響によって $\bar{\omega}=15$ 付近に分岐応答が現れる。

(2)サグ比の影響 図-4 は、変動軸力の振幅 $\bar{H}_1=0.3$ 、荷重強度 $\bar{p}_0=0.3$ 、縦波-横波伝播速度比 $k=30$ とし、サグ比 $\gamma$ をパラメータに示した応答曲線である。 $\gamma=0.01, 0.02, 0.03$ をそれぞれ実線、破線、一点破線で区別している。 $\gamma=0.01$ は硬化バネ特性、 $\gamma=0.02, 0.03$ は軟化バネ特性を示す。サグ比が大きくなると1/2 分数調波共振の発生する領域が広がるが、振幅の大きさに変化は見られない。また $\gamma=0.01, 0.03$ の場合は、主調波応答の固有振動数付近に分岐する応答が発生しない。

(3)変動軸力の影響 図-5 は、サグ比 $\gamma=0.02$ 、荷重強度 $\bar{p}_0=0.2$ 、縦波-横波伝播速度比 $k=30$ とし、変動軸力の影響を調べるため変動軸力の振幅を $\bar{H}_1=0.0$ と $0.3$ で比較した応答曲線である。実線は $\bar{H}_1=0.3$ 、破線は $\bar{H}_1=0.0$ である。 $\bar{H}_1=0.0$ の場合は面内荷重のみを受ける強制振動であり、主調波応答と1/2 分数調波共振の応答がそれぞれ出現している。変動軸力を加えることによって1/2 分数調波共振の発生領域が広がるが、その振幅は変化しない。しかし、主調波応答において固有振動数付近に分岐した応答が現れ、振幅が大きくなる。ここでも、 $\nu=2$ の場合は変動軸力の影響が固有振動数の2倍付近よりも固有振動数付近の領域において現れると考えられる。

**まとめ** 変動軸力の項と面内荷重の項の振動数の比が2:1でケーブルに作用する場合の非線形応答について解析した。荷重強度の影響を含め、詳しい結果については当日発表する。

**参考文献** 1)高橋・鎌田・町田・松野:土木学会論文集, No.495/I-28, pp.127-130, 1994.7

2)井上順吉:機械力学, 理工学社, pp.199~227, 1982

3)高橋・花田・鎌田・山口:構造工学における数値解析シンポジウム論文集, 第19巻, pp.397~402, 1995.7

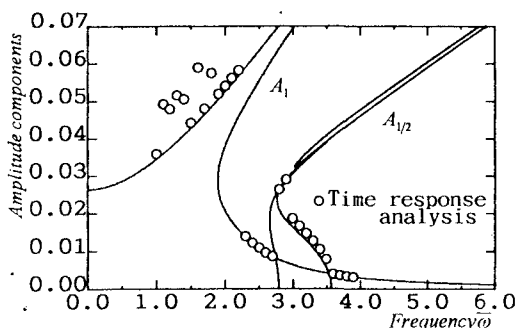


図-2 応答曲線

( $\nu=1, \gamma=0.02, \bar{H}_1=0.3, \bar{p}_0=0.3, k=30$ )

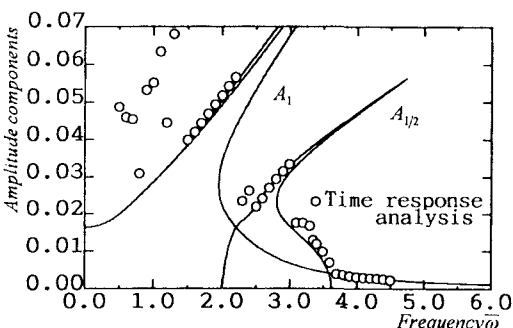


図-3 応答曲線

( $\nu=2, \gamma=0.02, \bar{H}_1=0.3, \bar{p}_0=0.3, k=30$ )

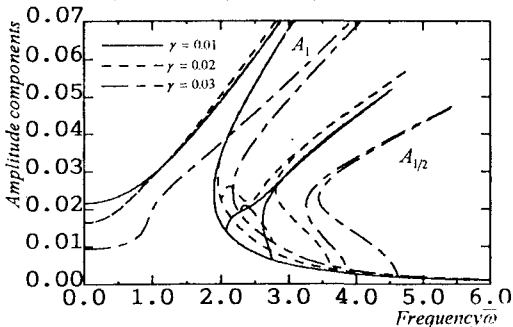


図-4 応答曲線 ( $\bar{H}_1=0.3, \bar{p}_0=0.3, k=30$ )

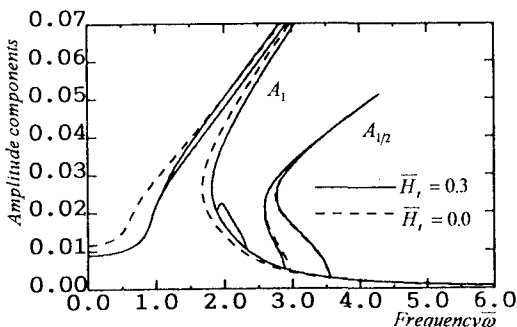


図-5 応答曲線 ( $\gamma=0.02, \bar{p}_0=0.2, k=30$ )