

円筒容器の上下振動に対する内容液の等価振動系

九州工業大学工学部 正員 高西 照彦
大分工業高等専門学校 正員 園田 敏矢
九州工業大学工学部 正員 多田 浩

1. まえがき

近年、超高層ビル・タワー等が建設され、地震・風で大きく揺れ、構造物の安全性、人々の居住性の改善のため、揺れを早く減衰させようとする制振装置が考えられている。その制振装置の1つとして液体振動を利用した同調液体ダンパー (Tuned Liquid Damper: 以下TLDと呼ぶ) がある。構造物とTLDの連成振動を考える場合、TLDをバネと質量に置換すること即ちTLDの等価振動系が示されれば、構造物-TLD系の応答計算をスムーズに行うことができる。著者らはこれまでに、水平方向、水平2方向、鉛直軸回りの回転について、それぞれ等価振動系の理論式を導き、理論の有用性を示してきた。今回、液体振動の上下方向の等価振動系の理論式を導き、模型実験により理論の検証を行ったのでここに報告する。

2. 理論解析

図-1に示す半径 r_e 、水深 H の円筒形容器内容液の上下振動を考える。液体は非圧縮、非粘性、非回転とし、線形振動とする。円筒座標を r, θ, z とし、その方向の水分子の変位を u, v, w とする。ただし、 ρ : 水の密度、 g : 重力加速度、 p : 水圧、 σ : 動水圧、 E_v : 水の体積弾性率とする。いま、水の圧縮性を無視($E_v \rightarrow \infty$)すれば、動水圧の基礎方程式は次式のようになる。

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

(1) 式を自由振動の境界条件(2)式のもとに解いて動水圧 σ を求めると(3)式のようになる。

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial r} \right|_{r=r_e} = 0, \quad \left. \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right|_{\theta=\pi} = 0$$

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} \right|_{z=H} = 0 \quad (2)$$

$$\sigma = \sum_{n=0,1,\dots} \sum_{s=1,2,\dots} E'_{ns} J_n(\lambda'_{ns} r) \cos n\theta \cosh \lambda'_{ns} z e^{i\omega_{ns} t} \quad (3)$$

$$\frac{n}{\lambda'_{ns} r_e} J_n(\lambda'_{ns} r_e) - J_{n+1}(\lambda'_{ns} r_e) = 0 \quad (4)$$

$$\omega_{ns}^2 = \frac{g \lambda'_{ns} r_e}{r_e} \tanh(\lambda'_{ns} r_e \frac{H}{r_e}) \quad (5)$$

(5) 式の ω_{ns} は、固有円振動数を表している。(3) 式を用いて u, v, w を求めると(6)~(8)式のようになる。

$$u_{ns}(r, \theta, z, t) = \frac{\lambda'_{ns}}{\rho \omega_{ns}^2} \left\{ \frac{n}{\lambda'_{ns} r} J_n(\lambda'_{ns} r) - J_{n+1}(\lambda'_{ns} r) \right\} \times \cos n\theta \cosh \lambda'_{ns} z e^{i\omega_{ns} t} \quad (6)$$

$$v_{ns}(r, \theta, z, t) = -\frac{n}{\rho \omega_{ns}^2 r} J_n(\lambda'_{ns} r) \sin n\theta \cosh \lambda'_{ns} z e^{i\omega_{ns} t} \quad (7)$$

$$w_{ns}(r, \theta, z, t) = \frac{\lambda'_{ns}}{\rho \omega_{ns}^2} J_n(\lambda'_{ns} r) \cos n\theta \sinh \lambda'_{ns} z e^{i\omega_{ns} t} \quad (8)$$

内容液が n, s 次の振動を行っているときの円筒底面における全動水圧を求めると、 n, s の如何にかかわらず0となる。このことは、上下振動をする円筒容器内容液の自由水に対する等価質量および等価バネ定数が0となることを意味している。

次に、円筒容器を上下方向に $\Phi_z(t) = \alpha \cos \omega t$ で強制振動するときの容器底面での全動水圧 $\tilde{P}$ を求めると(9)式となって、それは加振加速度に比例することがわかる。したがって、固定水に対する等価質量は(10)式の m_{0z} で表される。

$$\tilde{P} = -\rho \pi r_e^2 H \omega^2 \alpha \cos \omega t = m_{0z} \ddot{\Phi}_z(t) \quad (9)$$

$$m_{0z} = \rho \pi r_e^2 H \quad (10)$$

等価振動系を図-2に示す。表-1に $r_e = 14.5 \text{ cm}$ 、 $H = 2, 7, 12, 17, 20 \text{ cm}$ の場合の固有周期を示す。

3. 実験概要

理論の検証のため模型実験を行った。図-3に示すように円筒容器(内半径 14.5 cm 、高さ 34.0 cm のアクリル製)に水を入れバネで吊るし、これを上下方向に自由振動させて、その時の固有周期 T_z を計測することによって、等価質量 m_{0z} を(11)式によって求めた。

$$m_{0z} = \frac{K_z T_z^2}{4\pi^2} - M_z \quad (11)$$

水深 H は 0, 7, 12, 17, 20 cm の 5 種類で行った。バネは 75.5, 184.4, 253.1, 289.0 N/m の 4 種類を使用した。求めた等価質量は、同じ水深について平均した。固有周期の測定は側面 2 個所に対称に加速度計 (共和電業製、AS-2GB 型) を取り付けて行った。底面の動水圧を測定するために水圧計 (共和電業製、PGM-02KG 型) を 4 個所に対称に取り付けた。

4. 結果および考察

図-4 に等価質量 m_{0z} と水深の関係を示す。□ は実験値で、実線は理論値を示す。実験値と理論値はよく一致し、また、底面 4 箇所に設置した動水圧計の出力の合計はほとんど 0 であった。これらより、円筒容器内容液が上下振動する場合、内容液はバネとしての働きはなく、等価質量の効果のみであるといえる。

1) 小坪清真, 高西照彦, 多田浩: 強制振動を受ける液体貯槽内容液に対する等価振動系, 土木構造・材料論文集, 第 6 号, 1991.

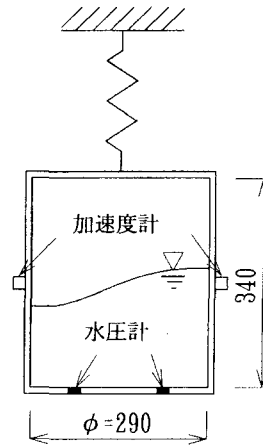


図-3 実験装置 (mm)

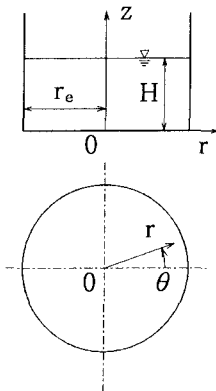


図-1 円筒座標系

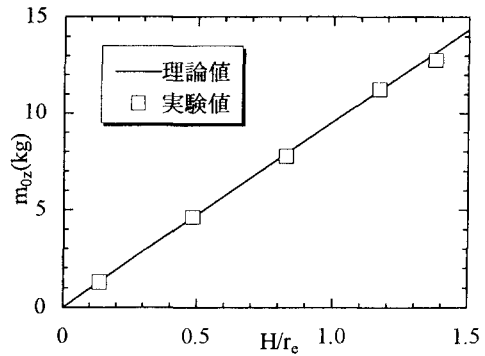


図-4 等価質量 (m_{0z})

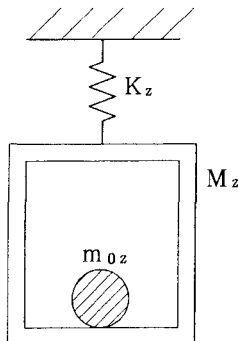


図-2 等価振動系

表-1 自由振動の固有周期 (秒)

次 数	半径 $r_e = 14.5$ cm、水深 H (cm)				
	2	7	12	17	20
$n=0, s=1$	0.5611	0.4002	0.3911	0.3905	0.3905
$n=0, s=2$	0.3337	0.2889	0.2886	0.2886	0.2886
$n=1, s=1$	1.1296	0.6681	0.5907	0.5708	0.5668
$n=1, n=2$	0.4182	0.3329	0.3311	0.3310	0.3310