

圧縮を受ける部材の振動特性について

九州産業大学 正 ○水田 洋司 熊本大学 正 山尾 敏孝
九州産業大学 学 中尾 学 熊本工業大学 正 平井 一男

1. はじめに

タイで結合した2本の曲がり部材の座屈強度は、真っすぐな2本の部材の場合よりも倍増し、その程度はタイの本数やサグ比に影響されることが報告⁽¹⁾されている。これは曲がり材のアーチによる変形効果として評価されている。本論文では図-1に示すようなタイで結合された2本の圧縮部材の固有振動数が、2本の部材の形状によってどのように変化するかについて数値シミュレーションを行い、その結果について検討した。

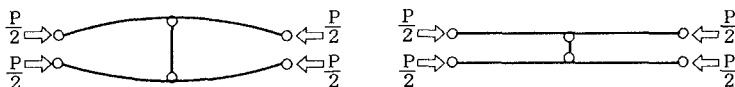


図-1 タイで結合された2本の圧縮部材

2. はりの固有振動数と軸力の関係

図-2に示すような軸圧縮力Pを受けるはりの振動方程式は

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{E I g}{w A} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{P g}{w A} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

ここに、 w ：単位長さあたりの重量、 A ：断面積、 g ：重力加速度で表され、この方程式の解、すなわち固有振動数 ω_n は次式で与えられている⁽²⁾。

$$\omega_n = n^2 \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^2 \sqrt{\frac{E I g}{w A} \left\{ 1 - \frac{P}{E I \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^2 n^2} \right\}} \quad (2)$$

($n=1, 2, 3, \dots$)

式(2)をはりの1次の固有振動数 $\omega_{g1} = \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^2 \sqrt{\frac{E I g}{w A}}$ 、Eulerの座屈荷重 $P_{cr} = \frac{\pi^2}{\ell^2} E I$ を用いて書き直すと

$$\frac{\omega_n}{\omega_{g1}} = n^2 \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \left(\frac{P}{P_{cr}} \right)} \quad (3)$$

式(3)を図示すると、図-3のようになる。

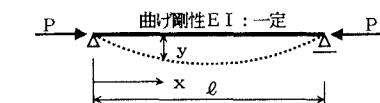


図-2 圧縮力を受けるはり

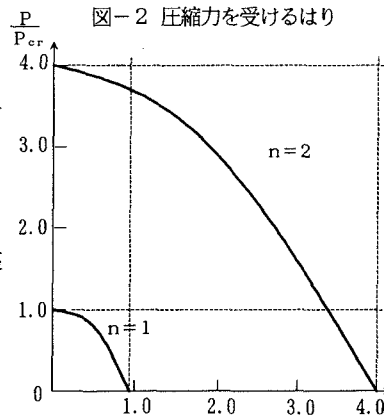


図-3 はりの振動数と圧縮力 $\frac{\omega}{\omega_{g1}}$

3. 数値計算

圧縮部材の固有振動数特性を調べるために、文献(1)で使用された部材の諸元(表-1参照)を用いて数値計算を行った。計算には平面棒理論を用い、固有値解析にはQR法を利用した。解析に使用した曲り材の形状はすべて放物線(図-4参照)であり、 f_1 、 f_2 はアーチライズである。解析モデルは図-5に示すType I～Type Vに分けており、両端部はすべてヒンジである。Type III、IVの曲り材は両端部が離れており、Type Vは両端部が接触している。各部材のタイは軸力材、タイの両端はピン結合、位置はスパン中央である。

表-1 部材の諸元

弾性係数 E (KN/mm ²)	206
部材長 ℓ (cm)	48
部材の断面 (cm)	0.83×2.0
タイの断面積 (cm ²)	0.83
ライズ比	0.05, 0.10, 0.15
両端部の間隔 a (cm)	5

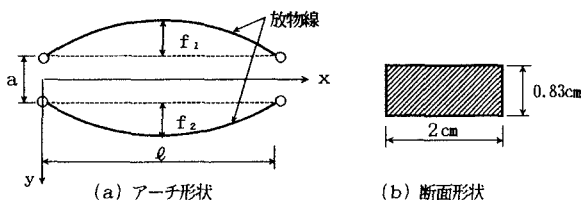


図-4 部材の座標系と断面形状

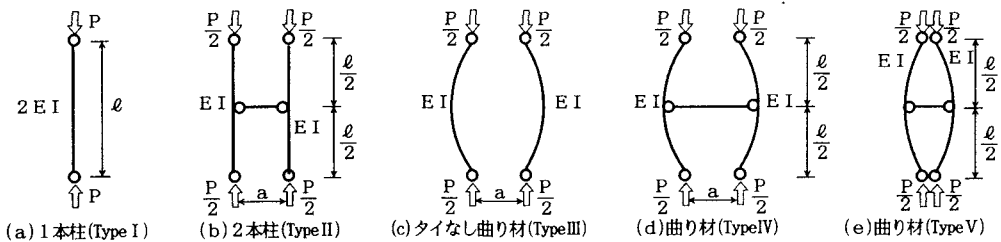


図-5 解析モデル

4. 解析結果

各Typeの固有値解析より得られる1次固有振動数を図-6に示している。図中の P_{cr} はType Iの座屈荷重($P_{cr}=2\pi^2 EI/\ell^2$)であり、 $\omega_{\pi 1}$ はType Iの曲げの1次振動数($\omega_{\pi 1}=\pi^2 \sqrt{2EI/g/(wA)} \ell^2$)である。実線はType Iの曲線であり、図-3の $n=1$ と同じである。 P/P_{cr} を一定とした場合、この曲線の内部はType Iより固有振動数が小さいことを示し、外部はType Iより固有振動数が大きいことを示している。Type III~Type Vで $f_1=f_2$ と置き、その値を変化させたときの固有振動数は記号を変えて表示している。 f/ℓ が0.05, 0.10, 0.15の場合に計算したが、それぞれのサグ比でType III~Type Vの値は一致し、Type IIIの記号を用いて表している。図-7には解析モデルの1次固有モードの概略図を示している。真すぐな部材で構成されているType I, IIの1次固有モードは対称1次であり、曲り部材で構成されているType III~Type Vの1次固有モードは逆対称1次である。

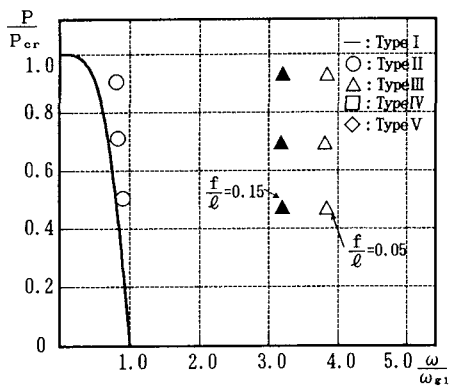


図-6 P/P_{cr} と1次固有振動数

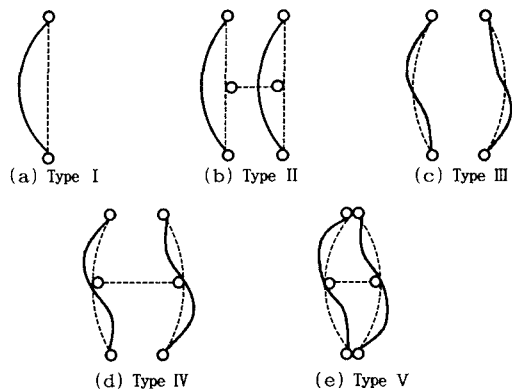


図-7 1次固有モード

5. おわりに

圧縮力 P を受ける部材の振動特性をType I~Type Vの部材について調べた。図-6は部材両端をヒンジとし、支承部の変位なしとして計算したときの結果である。Type II、Type III、IV、Vの比較より、部材に曲りをつけると固有振動数は4倍程高くなる。タイがあるなしより、部材形状の影響であり、これは図-7のモードからも理解できる。Type IV、Vでタイの影響が出なかったのは、固有モードから判るようにタイの位置によるものであろう。また、部材端の片方の鉛直変位を自由にすると、Type II、III、IV、Vの固有振動数はだいたい等しくなる。このときの振動数はType IIの両端ヒンジの振動数と同じである。これより支承部の拘束条件の影響が大きいことがわかる。これらのことから、今後どの程度のアーチライズが曲り部材にあれば固有振動数の上昇に効果があるか、タイの本数と位置が変わった場合はどうなるか、その時の支承条件についても明確にし、動的不安定問題についても検討する必要があると考えている。

参考文献 (1) 山尾敏孝, 他2名: タイで結合した2本の曲り部材の座屈強度と挙動について, 構造工学論文集, Vol. 41A, pp. 229~234, 1995年3月。(2) 小坪清真: 土木振動学, 森北出版, pp. 194~196, 1973年。