道路橋交通振動のための動吸振器の最適設計

長崎大学工学部　正　員○岡林隆敏
PAL構造（株）　正　員　徐　建年

1.はじめに

弾性ばりの振動抑制のために，動吸振器の古典的最適設計法が確立している．この設計法では，対象となる構造物が1自由度に限定される．しかし，動吸振器の最適設計を非線形最適化問題に定式化し，設計のための目的関数を限定すれば，動吸振器の最適設計の範囲を拡大することができる．

本研究では，はりに外力が作用する場合と単一車両が走行する橋梁を対象にして，古典的設計法，周波数伝達関数の最大値および応答の分散（H_2ノルム）を目的関数にする動吸振器の最適設計の手法を示した．これらの動吸振器の有効性を，定常分散応答と周波数伝達関数により確認した．

2．橋梁－車両－動吸振器系の方程式

図－1のような橋梁－車両－動吸振器系の方程式について考える．路面凹凸は，通常，図－2のようなパワースペクトル密度を有する．このような路面凹凸は，白色雑音n(t)を入力する路面系としてモデル化することができる．

$$\dot{r}(t) = -\beta r(t) + n(t) \qquad (1)$$

ここに，$\beta = 2\pi v\alpha$，$\alpha = 0.05$である．白色雑音は平均値0，強度は$\sigma_n^2 = 2\pi S_0$であり，$S_0 = 2\pi v A$，$A = 1.0\times10^{-3}(cm^2/m)$である．

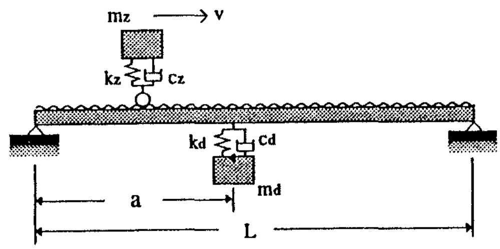

図-1　橋梁－車両－動吸振器系

橋梁－車両－動吸振器－路面系の状態変数を

$$\mathbf{X}(t) = \left[q_1(t)\ \ \dot{q}_1(t)\ \ z(t)\ \ \dot{z}(t)\ \ d(t)\ \ \dot{d}(t)\ \ r(t)\right]^T \qquad (2)$$

で表すと，橋梁－車両－動吸振器－路面系は，次のような状態方程式で記述できる．

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}(t)n(t)\ ,\quad \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0 \qquad (3)$$

$$y(x,t) = \mathbf{C}\mathbf{X}(t) \qquad (4)$$

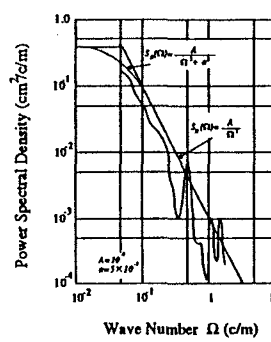

図-2　路面凹凸のパワースペクトル密度

3．動吸振器の最適設計

ここでは，動吸振器は1個設置しているので，求める最適値は動吸振器の固有振動数ω_dと減衰定数h_dでなる．なお，構造物と動吸振器の質点m_1およびm_dの比，$\mu = m_1/m_d$は与えられるものとする．

（1）古典的設計法

解析的な手法では，構造系の減衰定数h_1を無視している．次のような動吸振器の最適値[3]が求められる．

$$\omega_d = 1/(1+\mu_{1d}) \quad (5) \qquad h_d = (3\mu_{1d}/8(1+\mu_{1d}))^{1/2} \quad (6)$$

（2）周波数応答関数の最大値を最小にする設計法（Hmax法）

x点の変位応答$y(x,t)$と白色雑音$n(t)$の周波数応答関数を$Y(i\omega), N(i\omega)$とすると，橋梁－車両－動吸振器－路面系の周波数伝達関数は，

$$Y(i\omega) = \mathbf{C}(i\omega\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}N(i\omega) \quad (7) \qquad H(i\omega) = \mathbf{C}(i\omega\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \quad (8)$$

となる．その伝達関数の最大値(H_{max})を最小にするような最適動吸振器を設計する．

$$H_{max}(i\omega, \omega_d, h_d) \rightarrow \min \qquad (9)$$

（3）応答の2乗ノルムH_2を最小にする設計法（H_2ノルム法）

$x=\lambda$点における橋梁の応答の分散は，

$$\sigma_y^2 = \mathbf{CE}\left[\mathbf{R}(t)\right]\mathbf{C}^T \qquad (10) \qquad\qquad \mathbf{R}(t) = \mathbf{E}\left[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^T(t)\right] \qquad (11)$$

で与えられる．車両を特定の $t=\lambda/v$ 間に固定して，橋梁の定常応答を考えると，式の共分散方程式は，次のような連立方程式になる．

$$\mathbf{A}(t_1)\mathbf{R}(t_1)+\mathbf{R}(t_1)\mathbf{A}(t_1)^T+\mathbf{B}(t_1)\mathbf{B}(t_1)^T\sigma_n^2=0 \qquad (12)$$

H_2ノルムを最小にする設計法は，次の計算を非線形最適化手法を用いて設計する・

$$\sigma_y^2(\omega_d,h_d)\to \min \qquad (13)$$

最適計算は，MATLAB Optimization TOOLBOXを用いた．

4．弾性ばりに設置した動吸振器の最適設計

$x=a$点に動吸振器を設置し，$x=b$点に白色雑音が作用する場合の，動吸振器の最適設計について考える．橋梁の諸元は表-1のようなものを用いた．動吸振器の質量比は，$\mu_d=1/50$ について検討する．表ー3に，制御なし，古典的設計法，H_2ノルム法およびHmax法により求めた動吸振器を設置した場合，r.m.s.応答と周波数伝達関数の最大値を示した．それぞれの設計法による動吸振器の最適振動数と減衰定数も示した．r.m.s.応答および最大伝達関数から見ても，3つの設計法が有効である．

表-1　橋梁の諸元

支間長 (m)	40.0
総重量 (kg・m/s²)	10.68×10^4
曲げ剛性 (kg・m²)	24.41×10^8
減衰定数	0.02
固有振動数 (Hz)	2.94

表-2　車両の特性

重量 (t)	20
振動数 (Hz)	3.0
減衰定数	0.03

5．車両が走行する橋梁に設置する動吸振器

ここでは，図-1のような系において，車両を$x=\lambda$点に固定して，接地力を作用させる定常状態に対して，動吸振器の最適設計を行った．車両の動特性は，表-2のようなものである．この系においては，橋梁の振動を1次振動のみとした場合，対象となる系は3自由度系となる．従って，古典理論の動吸振器の最適計法が対象とした系とは異なる．動吸振器を，古典的手法，H_2ノルム法およびH_{max}法で最適設計し，系のr.m.s.応答をと伝達関数の最大値を表ー4に示した．古典的手法を単純に適用すると，動吸振器の効果はほとんど表れない．これに対して，車両の特性を考慮して設計したH_2ノルム法とH_{max}法でい結果が得られる．

表-3　r.m.s.応答と動吸振器の最適値

制御法	振動数	減衰定数	r.m.s.応答	Hmax
制御なし	―――	―――	0.2111	0.0733
古典理論	2.8810	0.0857	0.1572	0.0207
H_2ノルム	2.8483	0.0985	0.1568	0.0187
Hmax	2.8091	0.1204	0.1574	0.0169

表-4　r.m.s.応答と動吸振器の最適値

制御法	振動数	減衰定数	r.m.s.応答	Hmax
制御なし	―――	―――	0.1200	0.0278
古典理論	2.8810	0.0857	0.1140	0.0235
H_2ノルム	2.1978	0.0759	0.1077	0.0124
Hmax	2.2780	0.1359	0.1081	0.0118

6．まとめ

橋梁ー動吸振器ー車両系に対して，路面凹凸を確率過程でモデル化し，応答の分散および周波数伝達関数の最大値を評価関数とする動吸振器の最適設計法を示した．車両が走行する道路橋振動では，車両の特性は考えない古典制御による動吸振器は，最適な動吸振器にならないことが確認できた．

[参考文献]　岡林，加賀：動吸振器の最適設計に関する考察，橋梁交通振動コロキュウム論文集，pp.273-280,1995.