

荷重分配を考慮した塑性骨組構造の多目的最適設計に関する基礎的考察

九州共立大学工学部 正員三原徹治
 九州共立大学工学部 正員○木村貴之
 第一復建技術開発室 正員千々岩浩巳

1. 緒言 構造物が塑性崩壊状態に達する荷重量（塑性崩壊荷重）の算定は、構造物が種々の崩壊モードを有するため容易ではなく、最適化手法を援用した効率的な方法が用いられることが多い。著者らも、従来の比例荷重を仮定する方法を一般的に拡張するため、多目的計画法を援用した非比例荷重下における解析法¹⁾を、次に、同一形式荷重に対して分配係数を導入した方法²⁾を提案してきた。

本研究は、文献2)の解析法を設計に拡張した最適設計法を提示し、その解特性を簡単な数値実験により検討するものである。

2. 設計基本式 構造物に作用する非比例荷重系がn個の荷重系 \mathbf{F}_f ($f=1..n$)の重ね合せであり、しかも各荷重系 \mathbf{F}_f が m_f 個の比例荷重で構成され、その荷重係数を α_{fi} ($i=1..m_f$)とすれば、塑性解析の静的定理から最適設計基本式は次式のように定式化することができる。

$$\text{既知数: } \mathbf{C}, n, m_f (f=1..n), \mu_{fi} (i=1..m_f, f=1..n), \mathbf{F}_f (f=1..n), \mathbf{F}^D, \mathbf{N}, \mathbf{R}, \mathbf{a}$$

$$\text{未知数: } \mathbf{X}, \alpha_{fi} (i=1..m_f, f=1..n), \mathbf{Q}$$

$$\text{目的関数: } \alpha_{fi} \rightarrow \max. (i=1..m_f, f=1..n) \quad \dots \quad (1a)$$

$$W = \mathbf{a}^T \mathbf{X} \rightarrow \min. \quad \dots \quad (1b)$$

$$\text{制約条件: } \mathbf{C}^T \mathbf{Q} = \sum_{f=1}^n \sum_{i=1}^{m_f} \alpha_{fi} \mu_{fi} \mathbf{F}_f + \mathbf{F}^D \quad \dots \quad (1c)$$

$$\mathbf{N}^T \mathbf{Q} - \mathbf{R}^T \mathbf{X} \leq \mathbf{0} \quad \dots \quad (1d)$$

式(1c)は「構造全体における内力と外力は常につり合いを保つ」という平衡条件を、式(1d)は「どのような荷重が作用しても崩壊状態において内力は降伏面の内側になければならない」という降伏条件を示す。よって式(1)はこれらの制約条件を満足しながら各荷重係数 α_{fi} を最大化(式(1a))し、かつ、構造重量Wを最小化(式(1b))するような設計変数 \mathbf{X} と内力状態 \mathbf{Q} を求める多目的LPである。ここに \mathbf{C} は適合マトリックス、nは作用荷重系の総数、 m_f はf番目の荷重系の同一形式荷重数、 μ_{fi} はf番目の荷重系の同一形式荷重の分配係数($\sum \mu_{fi} = 1.0$)、 \mathbf{F}_f はf番目の荷重系の基本となる荷重ベクトル、 \mathbf{F}^D は変動を考慮しない固定荷重ベクトル、 \mathbf{N} は降伏面における単位法線マトリックス、 \mathbf{R} は塑性容量の1次微係数マトリックス、 \mathbf{a} は設計変数 \mathbf{X} に対応する重量換算係数ベクトルであり、上付き添字Tは転置マトリックスを示す記号である。

3. 単一目的問題への変換 式(1)に示す設計基本式の解はPareto解(他の目的を犠牲にすることにより、ある目的を改良することができる解)として得られる。ここでは満足化トレードオフ法における補助的スカラ化手法⁴⁾、すなわち式(1a)に示す各目的に対して理想点(以下、下付き添字Sで示す)と希求水準(以下、下付き添字Aで示す)を用いて満足度関数を定義し、各満足度の均一化によりPareto解を求める手法を用いる。式(1)は次式のように変換される。

$$\text{既知数: } \mathbf{C}, n, m_f (f=1..n), \mu_{fi} (i=1..m_f, f=1..n), \mathbf{F}_f (f=1..n), \mathbf{F}^D, \mathbf{N}, \mathbf{R}, \mathbf{a}, \alpha_{fiA} (i=1..m_f, f=1..n), \alpha_{fiS} (i=1..m_f, f=1..n), W_A, W_S$$

$$\text{未知数: } Z, \mathbf{X}, \alpha_{fi} (i=1..m_f, f=1..n), \mathbf{Q}$$

$$\text{目的関数: } Z \rightarrow \min. \quad \dots \quad (2a)$$

$$\text{制約条件: } \mathbf{C}^T \mathbf{Q} = \sum_{f=1}^n \sum_{i=1}^{m_f} \alpha_{fi} \mu_{fi} \mathbf{F}_f + \mathbf{F}^D \quad \dots \quad (2b)$$

$$\mathbf{N}^T \mathbf{Q} - \mathbf{R}^T \mathbf{X} \leq \mathbf{0} \quad \dots \quad (2c)$$

$$\alpha_{fiA} - (\alpha_{fiA} - \alpha_{fiS}) Z \geq \alpha_{fiS} \quad (i=1..m_f, f=1..n) \quad \dots \quad (2d)$$

$$\mathbf{a}^T \mathbf{X} - (W_A - W_S) Z \leq W_S \quad \dots \quad (2e)$$

式(2)は、式(1)と同様の平衡条件と降伏条件(式(2b, c))の他に式(2d)に示す各荷重係数の最大化の満足

度が全体の満足度 Z を越えないという条件、および式(2e)に示す構造重量に関する同様の条件をも満足しながら全体の満足度 Z の最小化を図ることにより結果的に各満足度の均一化を実現するもので、式(1)と異なり単一目的の LP であるので理想点 α_{fis} , W_s と希求水準 α_{11A} , W_A が与えられると従来の LP 解法を用いて容易に解くことができる。

3. 数値実験 図-1に示す2層ラーメン ($X_{1~3}$ は部材の全塑性モーメントで設計変数。よって、式(2e)の a に部材長ベクトルを用いると W は重量関数で、その単位は $w L^2$ となる) を対象に数値実験を行った。1番目の荷重系の基本となる荷重ベクトル F_f を表-1に示す。作用荷重系の総数 $n = 3$ 、そのうち第1荷重系のみを同一荷重系とする ($\mu_{11} + \mu_{12} = 1.0$)。荷重分配係数の影響を調べるために、 $\mu_{11} = 0.1 \sim 0.5$ と変化させたときの構造重量 W の変化を図-2, 3に示す。図-2は $\alpha_{11A} = 2.0, 3.0, 4.0$ のそれぞれに対し $\alpha_{12A} = 2.0, 3.0, 4.0$ を組合せた結果であり、図-3は同様の α_{11A} 値に対し $\alpha_{3A} = 2.0, 3.0, 4.0$ の組合せの結果である。いずれの場合においても $W_s = 0.0$, $W_A = 150.0$, $\alpha_{fis} = 10.0$ を用い、その他の荷重係数の希求水準は3.0とした。

図より、 μ_{11} 値が W 値に全く影響を与えない場合も認められるが、その場合を含め μ_{11} 値と W 値は種々の変化パターンを有することがわかる。同一形式荷重に対して導入した荷重分配係数の最適解に及ぼす影響が無視できないものであることがわかる。

謝 辞 本研究の数値計算・データ整理には九州共立大学工学部土木工学科卒研生 森博樹君と川井田哲也君の援助を受けた。記して謝意を表する。

参考文献 1)三原, 千々岩他:多目的計画法を用いた骨組構造の塑性解析に関する一考察, 構造工学論文集, Vol. 38A, pp. 467~476, 1992. 3. 2)三原, 木村, 千々岩:多目的最適化手法による塑性骨組構造の終局耐力解析法, 第4回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集, pp. 163~166, 1995. 12.

3)三原, 千々岩他:骨組構造の塑性設計における多目的最適化に関する一考察, 構造工学論文集, Vol. 38A, pp. 477~486, 1992. 3. 4)中山:多目的計画に対する満足化トレードオフ法の提案, 計測自動制御学会論文集, 第20巻, 第1号, pp. 29~35, 1984. 1.

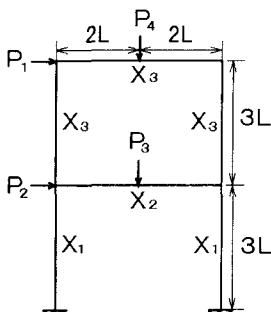


図-1 数値実験対象構造

表-1 各作用荷重系の荷重量

f/i	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
1/1	$\alpha_{11}\mu_{11}W$	$2\alpha_{11}\mu_{11}W$	0	0
1/2	$\alpha_{12}\mu_{12}W$	$2\alpha_{12}\mu_{12}W$	0	0
2	0	0	$6\alpha_2 W$	
3	0	0		$3\alpha_3 W$

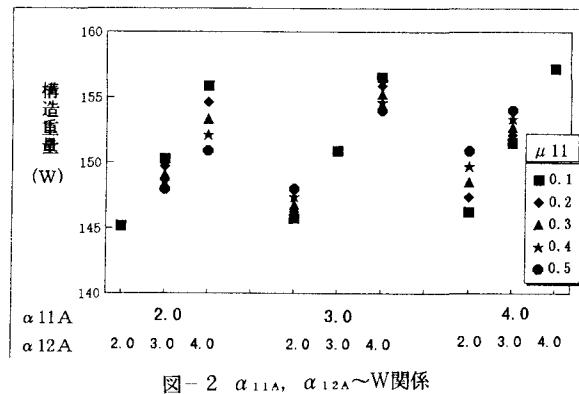


図-2 α_{11A} , α_{12A} ～W関係

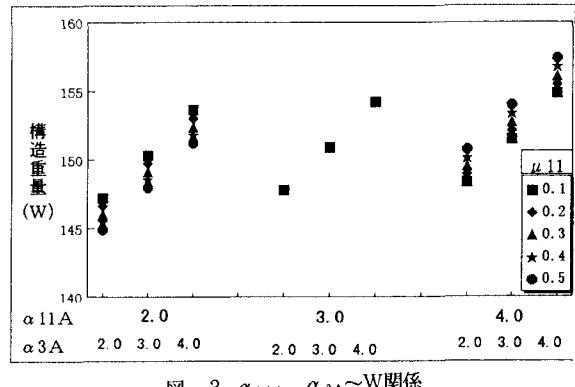


図-3 α_{11A} , α_{3A} ～W関係