

最小二乗法に基づく逆解析法の比較検討

福岡大学工学部 学生員 山口 勇二
 九州産業大学工学部 正 員 加納 正道
 福岡大学工学部 正 員 黒木 健実

1. はじめに

近年、計算力学的解析手法を援用して、系の応答からその原因となる入力や系の構造などを推定する逆解析手法が注目されており、様々の工学問題への適用が試みられている。

本研究では、逆解析手法の中から最小二乗法に基づく5種類の解法を取り上げて、地盤の透水係数と境界水頭値の同定に適用し、比較検討した結果を報告する。

2. 計算手順

観測点における観測水頭を h^{obs} とおく。未知数 x は、材料特性同定では透水係数であり、境界値同定では未知境界値となる。観測値から未知数 x を推定する手順は図1のように示される。

3. 観測方程式の誘導

未知数 x を与えて有限要素法(FEM)または境界要素法(BEM)で順解析を行えば、観測点における水頭 $h^{com}(x)$ が得られる。残差を v とおけば観測方程式は

$$v = h^{com}(x) - h^{obs} \quad (1)$$

ここで、 x を近似値 $\bar{x}$ と補正量 Δx の和とおいて線形化すると

$$v = H \Delta x - Y \quad (2)$$

$$\text{ここに } H = \frac{\partial h^{com}}{\partial x}, \quad Y = h^{obs} - h^{com}(\bar{x}) \quad (3)$$

4. 観測方程式の解法

解法1 残差の最小化

$$\Pi = \frac{1}{2} v^T v \rightarrow \min$$

$$\therefore \Delta x = (H^T H)^{-1} H^T Y \quad (4)$$

解法2 観測方程式を付帯条件としたノルムの最小化

$$\Pi = \frac{1}{2} \Delta x^T \Delta x - \lambda^T (H \Delta x - Y) \rightarrow \min$$

$$\therefore \Delta x = H^T (H H^T)^{-1} Y \quad (5)$$

解法3 残差とノルムの和の最小化

$$\Pi = \frac{1}{2} v^T v + \frac{1}{2} \alpha \Delta x^T \Delta x \rightarrow \min$$

$$\therefore \Delta x = (H^T H + \alpha I)^{-1} H^T Y \quad (6)$$

解法4 残差を含む観測方程式を付帯条件とした残差とノルムの最小化

$$\Pi = \frac{1}{2} v^T v + \frac{1}{2} \alpha \Delta x^T \Delta x - \lambda^T (v - H \Delta x + Y) \rightarrow \min$$

$$\therefore \Delta x = H^T (H H^T + \alpha I)^{-1} Y \quad (7)$$

解法5 拡張カルマンフィルタ¹⁾ : 逐次的最小二乗法²⁾

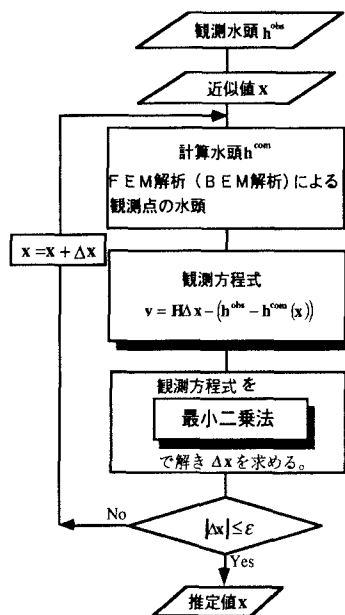


図1 計算フロー

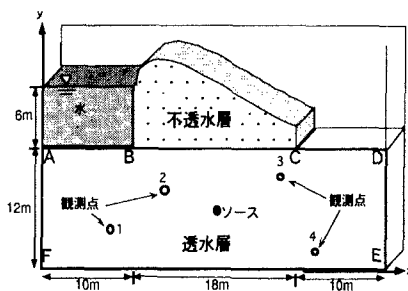


図2 解析モデル

5. 解析結果

図2の解析モデルを用いて材料特性と境界値を推定した。

観測水頭 $\mathbf{h}^{\text{obs}} = [2.62, 0.44, -1.49, -1.47]$ ソース $= -5.0(\text{m}^3/\text{h})$

5.1 材料特性の同定 $\mathbf{x}^T = [K_x \ K_y]$ K_x はx方向の透水係数, K_y はy方向の透水係数

近似値 $K_x=0.1, K_y=1.0$ 正解値 $K_x=K_y=0.5$

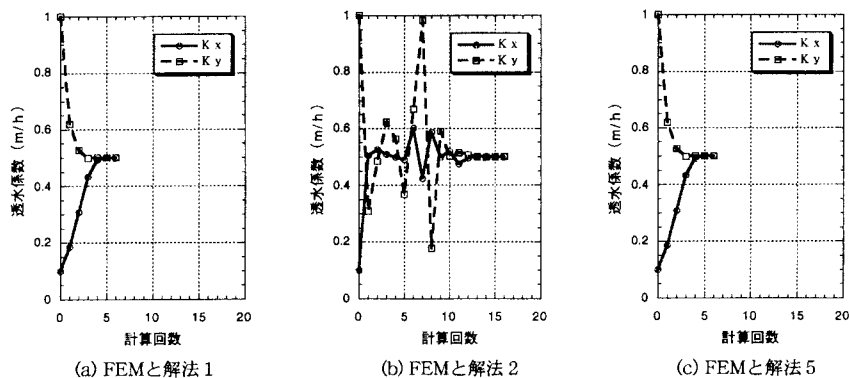


図3 透水係数の推定

5.2 境界値の同定 $\mathbf{x}^T = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_n]$ h_{1-n} は求めたい境界の水頭

透水係数 $K_x=0.5, K_y=0.5$

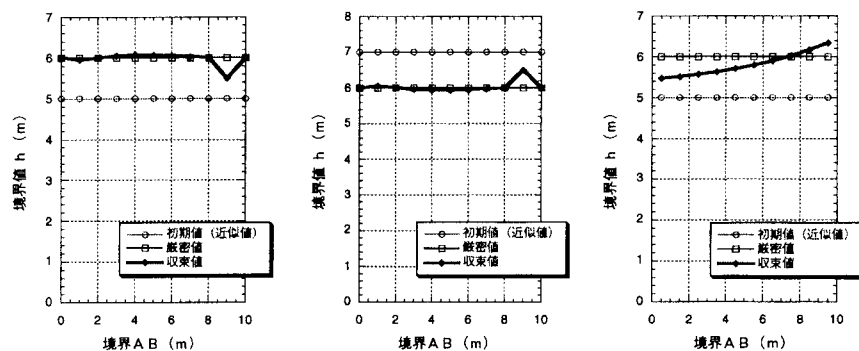


図4 境界A Bの水頭値の推定

6. むすび

最小二乗法に基づく5種類の逆解析法を比較検討した。透水係数の同定はいずれの解法でも可能であった。境界値の同定においては、解法1と解法2では収束値が得られなかった。また解法3と解法4では発散はしないものの、精度の悪い収束値が得られた。今回使用した解法の中で、解法5(拡張カルマンフィルタ)が最も有効な解法であった。

【参考文献】

- 1) 応用カルマンフィルタ (片山 徹) 朝倉書店
- 2) 最小二乗法の理論とその応用 (田島 稔・小牧和雄) 東洋書店
- 3) 登坂宣好、宇谷明秀: Kalmanフィルタ-境界要素法による弾性定数の同定解析 日本建築学会構造系論文報告集 第446号 pp.41~50 (1993.4)