

観測変位からの作用荷重同定に関する基礎的考察

九州共立大学工学部 正 員 〇三 原 徹 治
 第一復建機技術開発室 正 員 千々岩 浩 巳
 九州共立大学工学部 正 員 木 村 貴 之

1. 緒 言 昨年1月に突然起きた阪神・淡路大地震は、土木構造物の設計に関して非常に大きな教訓を与えた。著者らも土木構造物の被害状況を直接・間接的に知ることができたが、その分析には、どのような荷重が作用したかの推察が必要であった。また、日常的にも構造物にどのような荷重が作用するのかを知ることは、設計荷重の設定など設計工学的に意義深いと思われる。しかし、作用荷重の計測には大がかりな装置と労力を必要とするのが常であり、継続的な計測や突発的に発生した荷重の計測には困難が伴う。その打開策のひとつとして、簡便に得ることができる荷重効果から作用荷重を推定する方法が考えられる。

本研究は、何らかの形で構造物の変形状態を知ることができる場合に、そのような変形状態を生じさせる荷重量を推定することの可能性を基礎的に検討することを目的とする。このため、極めて簡略なモデルを設定し、推定する荷重量を離散値として与えることにより同定基本式を組合せ最適化問題として定式化する。この際、目的関数として誤差関数の最小化を用いるが、ここでは2種の誤差関数を設定し、それぞれの最適化問題を列挙法により解き、得られた各組合せの最適性順位を検討の焦点とする。

2. 同定基本式の定式化 地震を受けた構造物を対象とすれば動的効果や弾塑性挙動、さらには基礎の変位などの相互作用も考慮する必要があるが、ここでは、継続的な計測を念頭におき、対象構造物の挙動は静的弾性挙動と仮定する。通常の弾性構造解析は作用荷重を既知として変形状態を求めるもので、 $\mathbf{K}$ を剛性マトリックス、 $\mathbf{F}$ を作用荷重ベクトル、 $\mathbf{u}$ を節点変位とすれば、基礎式は次式で表される。

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad \text{あるいは} \quad \mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F} \quad \text{----- (1a, b)}$$

ここに、 $\mathbf{K}$ は既知であるため、 $\mathbf{u}$ がすべて得られている状態では式(1a)より $\mathbf{F}$ は一義的に算出することができる。しかし、 $\mathbf{u}$ の一部のみしか得られていない場合には、 $\mathbf{F}$ を一義的に決定することはできない。このため、誤差関数 E_r を最小にする $\mathbf{F}$ を求めることになる。この種問題でよく用いられる2種の誤差関数を E_{r1} および E_{r2} として次に示す。

$$E_{r1} = \sum_{j=1}^{N_0} (u_j - u_j')^2, \quad E_{r2} = \sum_{j=1}^{N_0} \log |u_j - u_j'| \quad \text{----- (2a, b)}$$

ただし、 u_j' は第 j 番目の観測変位量、 u_j は解の候補である作用荷重ベクトル $\mathbf{F}$ から式(1b)により算出される第 j 番目の算出変位量、 N_0 は観測変位点の総数である。また、弾性挙動の仮定から σ_i を第 i 番目の部材応力とすれば、 σ_i は弾性限界以内になければならないので、結局、同定基本式は次式のような制約条件付き最適化問題として定式化される。

$$\text{minimize } E_{r1} \text{ (or } E_{r2}), \quad \text{subject to } \sigma_{iL} \leq \sigma_i \leq \sigma_{iU} \quad (i=1..m) \quad \text{----- (3)}$$

ただし、 σ_{iU} および σ_{iL} は σ_i の弾性限界の上下限値、 m は部材総数である。なお、解の候補である作用荷重ベクトル $\mathbf{F}$ の要素のそれぞれに離散値データを設定し、それらを組合せることによって $\mathbf{F}$ を生成する。よって式(3)は組合せ最適化問題となり、列挙法によって解く場合には、生成された $\mathbf{F}$ から各部材応力を求め、式(3)の制約条件を満足する $\mathbf{F}$ についてのみ E_r 値を算出するというプロセスをすべての組合せについて行うことになる。

3. 数値実験 図-1に示す10部材トラス構造 ($(A_1..A_6) = (5.0, 30.0, 30.0, 5.0, 60.0, 30.0)$ cm², $L = 100$ cm, $u_{1..4}$ が観測変位) を対象構造とする。まず、 $\mathbf{F} = (40, 20, 40, 20)$ tfが作用したときの節点変位量を求

め、観測変位置量 u_i' とする。つまり、 N_o 個の u_i' (ここでは、 $N_o=2, 4$ とし、 $N_o=2$ の場合: $\mathbf{u}' = (0.2681, 0.3367)\text{cm}$, $N_o=4$ の場合: $\mathbf{u}' = (0.2681, 0.3367, 0.4520, 0.1934)\text{cm}$) を与えた同定問題の正解が $\mathbf{F} = (40, 20, 40, 20)\text{tf}$ である。次に、 $\mathbf{F}$ の各要素に離散値データ (総数 $N_D = 16, 32, 64$ の 3 ケースとし、 $N_D = 16: F_k \in \{0, 4, 8, \dots, 56, 60\}\text{tf}$, $N_D = 32: F_k \in \{0, 2, 4, \dots, 60, 62\}\text{tf}$, $N_D = 64: F_k \in \{0, 1, 2, \dots, 62, 63\}\text{tf}$) を設定し、実行可能な組合せのみ E_{r1} と E_{r2} 値を算出した。

得られた実行可能な解のうち最適性順位が 2~10 位の解を、用いた E_i 別に表-1, 2 に示す。 E_{r1} と E_{r2} は定性的には同様の性質であるが、実際の数値計算では解の最適性順位が異なってくる。それらの中には正解とはかなり異なる組合せもあり、特に E_{r2} の場合に多く見られる。観測変位総数 $N_o=2$ では F_1, F_2 は比較的正解に近い値であるが、 F_3, F_4 に関してはバラツキが大きい。用いた観測変位位置が F_1, F_2 の影響を受けやすいものであることの影響と考えられる。 $N_o=4$ の場合のバラツキが $N_o=2$ の場合より比較的小さいことも同様の理由により説明できる。また、離散値データ総数 N_D が大きくなると解のバラツキが小さくなるのは、離散値データがほぼ $0 \sim 60\text{tf}$ の範囲を分割して与えられていることの影響と考えられる。

以上の観察から、この種問題に遺伝的アルゴリズムのような解法¹⁾を適用する場合には、最適性を評価する誤差関数や離散値データの総数・内容などに十分に配慮する必要があることがわかる。

謝 辞 本研究の数値計算・データ整理には九州共立大学工学部土木工学科卒研究生 森田裕二君の援助を受けた。記して謝意を表す。
参考文献 1) 例えば千々岩, 三原, 太田: 離散的最適構造設計への交配個体選択 GA の適用に関する一考察, 構造工学論文集, Vol. 45A, 1996. 3. (掲載予定)

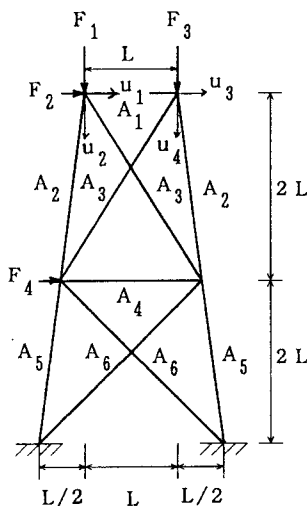


図-1 対象構造(10部材トラス)

表-1 E_{r1} による最適性順位

N ₀	N ₀	2					4				
	順位	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	E _{r1}	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	E _{r1}
16	2	48	24	8	24	6.11E-7	44	20	36	24	2.74E-4
	3	44	20	28	28	5.70E-6	36	20	44	16	2.74E-4
	4	40	24	40	4	5.88E-6	40	24	36	8	2.88E-4
	5	40	16	40	36	6.01E-6	40	16	44	32	2.89E-4
	6	44	24	20	16	9.85E-6	44	20	40	24	3.40E-4
	7	44	24	28	12	1.52E-5	36	20	40	16	3.34E-4
	8	44	20	20	32	1.98E-5	44	24	32	12	4.05E-4
	9	40	24	32	8	3.03E-5	36	16	48	28	4.08E-4
	10	40	16	48	32	3.07E-5	36	20	40	20	4.09E-4
	32	2	44	22	24	22	1.45E-7	42	20	38	22
3		50	24	2	28	2.10E-7	38	20	42	18	6.87E-5
4		48	24	8	24	6.11E-7	40	22	38	14	7.17E-5
5		46	22	18	26	6.66E-7	40	18	42	26	7.25E-5
6		42	20	34	24	1.44E-6	42	20	40	22	8.35E-5
7		40	22	40	12	1.45E-6	38	20	40	18	8.35E-5
8		40	18	40	28	1.52E-6	42	22	36	16	1.01E-4
9		44	24	24	14	1.52E-6	38	20	40	20	1.02E-4
10		44	20	24	30	1.74E-6	40	20	38	20	1.02E-4
64		2	40	25	37	1	1.51E-8	41	20	39	21
	3	47	23	13	25	1.66E-8	39	20	41	19	1.72E-5
	4	42	21	32	21	3.28E-8	40	21	39	17	1.78E-5
	5	45	22	21	24	5.42E-8	40	19	41	23	1.82E-5
	6	49	24	5	26	5.93E-8	41	20	40	21	2.09E-5
	7	44	22	24	22	1.45E-7	39	20	40	21	2.09E-5
	8	43	21	29	23	1.72E-7	41	21	38	18	2.51E-5
	9	50	24	2	28	2.10E-7	39	20	40	20	2.54E-5
	10	47	22	13	29	2.32E-7	40	20	39	20	2.55E-5

表-2 E_{r2} による最適性順位

N _D	N _O	2					4				
	順位	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	E _{r2}	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	E _{r2}
16	2	48	24	8	24	-15.070	40	20	32	24	-24.443
	3	48	24	16	20	-14.300	8	16	28	24	-23.737
	4	40	24	36	4	-13.670	44	20	20	32	-23.523
	5	40	16	44	36	-13.584	44	20	28	28	-23.472
	6	16	20	4	24	-13.579	36	12	52	36	-23.082
	7	44	20	28	28	-13.133	44	24	28	16	-22.999
	8	40	20	32	24	-13.079	40	24	36	4	-22.747
	9	36	12	20	20	-13.013	36	16	44	28	-22.739
	10	44	20	20	32	-12.919	44	24	36	12	-22.676
	32	2	50	24	2	28	-19.485	42	20	26	28
3		32	8	26	20	-17.297	40	20	36	22	-27.325
4		52	26	8	18	-17.066	40	20	44	18	-26.925
5		44	22	24	22	-16.524	58	22	32	26	-26.736
6		44	22	28	20	-15.955	22	18	44	16	-26.263
7		46	22	14	28	-15.766	42	20	30	26	-26.224
8		38	18	34	30	-15.635	42	20	34	24	-26.201
9		46	22	18	26	-15.546	24	18	34	22	-26.155
10		48	26	8	16	-15.469	42	24	34	12	-26.088
64		2	40	25	37	1	-20.431	48	21	43	19
	3	45	22	21	24	-20.049	40	21	42	16	-33.761
	4	43	20	29	27	-19.897	43	19	41	25	-31.020
	5	38	23	31	11	-19.543	41	20	33	24	-30.811
	6	50	24	2	28	-19.485	43	20	29	27	-30.802
	7	38	21	9	30	-19.383	31	19	44	17	-30.707
	8	41	25	33	3	-19.326	40	20	38	21	-30.341
	9	38	20	43	13	-18.963	38	16	44	27	-30.036
	10	30	18	41	22	-18.895	14	17	45	15	-29.917