

複合材積層曲面板の幾何学的非線形解析

長崎大学 工学部 正 員 ○森田千尋

長崎大学 工学部 正 員 松田 浩

長崎大学 工学部 正 員 崎山 毅

1. まえがき

複合材料は、比強度、比剛性および軽量性に優れており、構造軽量化が重要なさまざまな産業分野で使用されている。一方向強化複合材を積層状にした積層板は力学的に強い異方性を示し、各層の材質、積層数および配向角などを変化させることにより、必要な方向に所要の特性を持たせられるため、適当に組み合わせることにより構造力学的に有利な構造を設計することができる。

また、平板にわずかな曲率を付けた偏平シェル構造は、景観および美観的な面からも曲面構造の優美さを発揮し、使用頻度が増すことが予想されるが、外圧を受ける積層偏平シェルの座屈安定性に関する研究は数少なく、材料特性、積層数および配向角などをパラメータとする解析は、あまり見受けられないようである。

本研究では、このような複合材積層偏平シェルに関して、材料特性、積層数および配向角などをパラメータとして、幾何学的非線形挙動特性を明らかにすることを目的としている。

2. 積層偏平シェルの基礎微分方程式

およびその離散解

曲面の x, y 方向の曲率を k_x, k_y 、ねじれ率を k_{xy} とし、投影形状が矩形的の偏平な曲面板を考える。図1に示すような N 層のラミナからなる積層偏平シェルの曲げに関する基礎微分方程式は、一次せん断変形理論に基づいて、次の増分形の連立偏微分方程式となる。

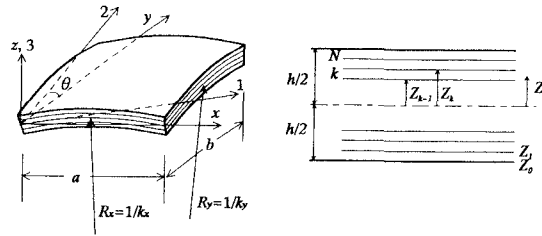


図1 積層偏平シェル

$$\frac{\partial \Delta N_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta N_{xy}}{\partial y} - k_x \Delta Q_x + \Delta q_x = 0 \quad (1-1)$$

$$\frac{\partial \Delta N_y}{\partial y} + \frac{\partial \Delta N_{xy}}{\partial x} - k_y \Delta Q_y + \Delta q_y = 0 \quad (1-2)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta Q_y}{\partial y} + \left[k_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \Delta N_x + \left[k_y + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \Delta N_y + 2 \left[k_{xy} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \Delta N_{xy} + \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x^2} N_x + \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial y^2} N_y + 2 \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x \partial y} N_{xy} + \Delta N_z + \Delta q_z = 0 \quad (1-3)$$

$$\frac{\partial \Delta M_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta M_{xy}}{\partial y} - \Delta Q_x = 0 \quad (1-4)$$

$$\frac{\partial \Delta M_y}{\partial y} + \frac{\partial \Delta M_{xy}}{\partial x} - \Delta Q_y = 0 \quad (1-5)$$

$$\Delta M_x = B_{11} \Delta e_x + B_{12} \Delta e_y + B_{16} \Delta e_{xy} + D_{11} \Delta \beta_x + D_{12} \Delta \beta_y + D_{16} \Delta \beta_{xy} \quad (1-6)$$

$$\Delta M_y = B_{12} \Delta e_x + B_{22} \Delta e_y + B_{26} \Delta e_{xy} + D_{12} \Delta \beta_x + D_{22} \Delta \beta_y + D_{26} \Delta \beta_{xy} \quad (1-7)$$

$$\Delta M_{xy} = B_{16} \Delta e_x + B_{26} \Delta e_y + B_{66} \Delta e_{xy} + D_{16} \Delta \beta_x + D_{26} \Delta \beta_y + D_{66} \Delta \beta_{xy} \quad (1-8)$$

$$\Delta Q_y = \kappa A_{44} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \Delta \theta_y \right) + \kappa A_{45} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x} + \Delta \theta_x \right) \quad (1-9)$$

$$\Delta Q_x = \kappa A_{45} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \Delta \theta_y \right) + \kappa A_{55} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x} + \Delta \theta_x \right) \quad (1-10)$$

$$\Delta N_x = A_{11} \Delta e_x + A_{12} \Delta e_y + A_{16} \Delta e_{xy} + B_{11} \Delta \beta_x + B_{12} \Delta \beta_y + B_{16} \Delta \beta_{xy} \quad (1-11)$$

$$\Delta N_y = A_{12} \Delta e_x + A_{22} \Delta e_y + A_{26} \Delta e_{xy} + B_{12} \Delta \beta_x + B_{22} \Delta \beta_y + B_{26} \Delta \beta_{xy} \quad (1-12)$$

$$\Delta N_{xy} = A_{16} \Delta e_x + A_{26} \Delta e_y + A_{66} \Delta e_{xy} + B_{16} \Delta \beta_x + B_{26} \Delta \beta_y + B_{66} \Delta \beta_{xy} \quad (1-13)$$

ここに、 Δ : 断面力および変形量の増分、 $q_x = q_x(x, y)$ 、 $q_y = q_y(x, y)$: 接線方向荷重強度、 $q_z = q_z(x, y)$: 垂直

方向荷重強度、 $A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1})$: 面内剛性、 $B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2)$: カップリング剛性、

$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\overline{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3)$: 曲げ剛性, $\overline{Q}_{ij}$: 各ラミナの配向角および材料特性に依存する弾性定数,

E_1, E_2 : 材料主軸方向の弾性係数, ν_{12}, ν_{21} : ポアソン比, G_{12}, G_{13}, G_{23} : せん断弾性係数, $\kappa = 5/6$:

せん断修正係数, $\Delta e_x = \frac{\partial \Delta u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} - k_x \Delta w + \Delta W_{xc}$, $\Delta e_y = \frac{\partial \Delta v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} - k_y \Delta w + \Delta W_{yc}$,

$\Delta e_{xy} = \frac{\partial \Delta u}{\partial y} + \frac{\partial \Delta v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} - 2k_{xy} \Delta w + \Delta W_{xyc}$, $\Delta \beta_x = \frac{\partial \Delta \theta_x}{\partial x}$, $\Delta \beta_y = \frac{\partial \Delta \theta_y}{\partial y}$, $\Delta \beta_{xy} = \frac{\partial \Delta \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \theta_y}{\partial x}$,

$\Delta N_c, \Delta W_{xc}, \Delta W_{yc}, \Delta W_{xyc}$: 各荷重段階における不平衡力および非線形項

式(1-1)~(1-13)において, 無次元量 $X_1 \sim X_{13}$ および η, ζ

$X_1 = a^2 Q_0 / [D_0(1-\nu_{12}\nu_{21})]$, $X_2 = a^2 Q_0 / [D_0(1-\nu_{12}\nu_{21})]$, $X_3 = a M_{xy} / [D_0(1-\nu_{12}\nu_{21})]$, $X_4 = a M_y / [D_0(1-\nu_{12}\nu_{21})]$, $X_5 = a M_x / [D_0(1-\nu_{12}\nu_{21})]$,

$X_6 = \theta_y$, $X_7 = \theta_x$, $X_8 = w/a$, $X_9 = v/a$, $X_{10} = u/a$,

$X_{11} = a^2 N_{xy} / [D_0(1-\nu_{12}\nu_{21})]$, $X_{12} = a^2 N_y / [D_0(1-\nu_{12}\nu_{21})]$,

$X_{13} = a^2 N_x / [D_0(1-\nu_{12}\nu_{21})]$, $\eta = x/a$, $\zeta = y/b$, a, b : 偏平シエ

ルの矩形Baseの辺長, $\mu = b/a$, h_0 : 基準シエル厚,

$D_0 = E_2 h_0^3 / [12(1-\nu_{12}\nu_{21})]$: 基準シエル剛度

を導入し無次元化後, 領域 $[i, j]$ において面積分することにより積分方程式に変換し, 次に積分方程式の近似解法を応用すると, 偏平シエルの任意の離散点における離散的近似解は次式のように求められる。

$$\Delta X_{pij} = \sum_{k=0}^{10} \left\{ \sum_{l=0}^i a_{pijkl} \Delta X_{rk0} + \sum_{l=0}^j b_{pijld} \Delta X_{akl} \right\} + \Delta q_{pij} \quad (2)$$

式(2)の導入過程については, 文献1)2)を参照されたい。

3. 数値解析結果

数値解析例では, 四辺固定支持され, 面に垂直な等分布荷重を受ける逆対称アングルプライ (+ θ と- θ の組み合わせから成る) 積層偏平シエル (積層数 $N=2$, $ah=125$, $H/h=1.5625$) を取り扱う。また, 各ラミナの材料特性を表1に示す。

まず, 配向角の影響を調べるために, Graphite/Epoxy の材料特性を持つ積層偏平シエルに関して, 中央点での荷重～たわみ曲線を図2に示す。配向角を大きくすると飛び移り現象が生じ, 座屈荷重が低くなる。

次に, 配向角 $\theta=0^\circ, 45^\circ$ の場合の積層偏平シエルに関して, 材料特性の違いによる中央点での荷重～たわみ曲線を図3に示す。強軸方向の弾性係数が大きな材料であっても弾性係数比が大きいと, 配向角によっては座屈荷重が大幅に低下し, 強軸方向の弾性係数が小さな材料よりも座屈荷重が低くなる場合がある。

最後に数値計算を行って戴いた卒研生, 三浦昌弘君に謝意を表します。

[参考文献] 1) 崎山他: 変厚矩形板の曲げの一解析法, 土木論集, 338号, 1983. 2) 森田他: 変厚偏平シエルの幾何学的非線形挙動解析, 構造論集, Vol.40A, 1994.

表1 材料特性

Material	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
I E-Glass/Epoxy	60.7	24.8	11.99	0.23
II Boron/Epoxy	209	19	6.4	0.21
III Graphite/Epoxy	138	8.96	7.1	0.30

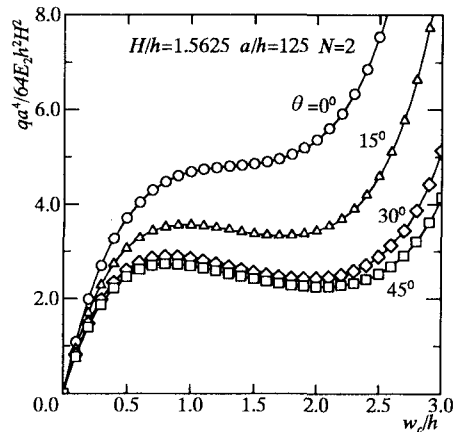


図2 配向角 θ の違いによる逆対称アングルプライ偏平シエルの荷重～たわみ曲線

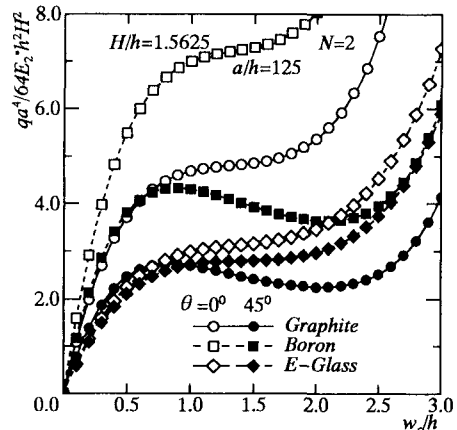


図3 材料特性の違いによる逆対称アングルプライ偏平シエルの荷重～たわみ曲線