

弾性支持部材を有する骨組構造解析

佐賀大学 学生員○岡本 泰彦 正 員 荒牧 軍治
正 員 佐々木 広光

1. まえがき

著者らは佐賀医科大学口腔外科研究室と共同で、人工歯を顎に固定するためのインプラントを含む構造系の解析を行っている。解析には連続体有限要素法を主として用いているが、弾性支持を有する骨組構造系と見なして解析の方が良い場合も少なくない。また、土木、建築物においても杭、床版等地盤反力の影響を考慮しなければならない場合も多い。

本研究では、弾性で支持された曲げ部材の有限要素関係式を誘導し、杭基礎を有する構造物を一体に解析できるプログラムを開発した。

2. 要素剛性マトリックスの誘導

図-1に示すような杭の長さが無限で杭の先端が自由な杭要素を考える。

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} + k_b D v = 0 \quad \text{--- ①} \quad \left\{ \begin{array}{l} k_b: \text{横方向の地盤の反力係数, } EI: \text{曲げ剛性, } D: \text{杭の直径} \\ x: \text{杭軸方向の座標, } v: \text{水平方向のたわみ} \end{array} \right.$$

ただし、杭の断面および曲げ剛性は、全長にわたり同一とすと、①式の解は次式で与えられる。

$$v = E^{-\alpha x} (A \cos \alpha x + B \sin \alpha x) \quad \text{--- ②}$$

$$\text{但し } \alpha = \sqrt[4]{\frac{k_b D}{4EI}}, \quad A, B \text{ は定数}$$

②の解に、 $x = 0$ の時の変位 v_0 及びたわみ角 θ_0 を与え、杭頭における端せん力 Y_0 と端モーメント M_0 との関係を求めると次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} Y_0 \\ M_0 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 4\alpha^2 EI & 2\alpha^2 EI \\ 2\alpha^2 EI & \alpha EI \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} v_0 \\ \theta_0 \end{Bmatrix} \quad \text{--- ③}$$

次に、図-2に示す軸方向の変形方程式を求め、無限位置における変位がゼロである境界条件を用いると次の解を得る。

$$u = C E^{-\gamma x} \quad \text{--- ④}$$

$$\text{但し } C \text{ は定数 } \gamma = \sqrt{\frac{K}{EA}}, \quad (K = k_s \pi D),$$

k_s : 周面せん断バネ定数

④式に $x = 0$ の時の値を代入し、軸力 X_0 と変位 u_0 との関係を求めると次式となる。

$$\begin{Bmatrix} X_0 \end{Bmatrix} = \left(\sqrt{KEA} \right) \begin{Bmatrix} u_0 \end{Bmatrix} \quad \text{--- ⑤}$$

以上より

$$\begin{Bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ M_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{KEA} & 0 & 0 \\ 0 & 6\alpha^3 EI & 2\alpha^2 EI \\ 0 & 2\alpha^2 EI & \alpha EI \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \theta_0 \end{Bmatrix}$$

$$\text{--- ⑥}$$

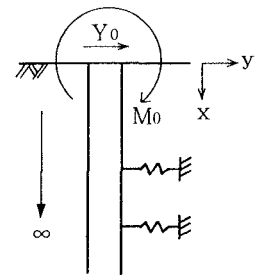


図-1 横方向の地盤の反力係数を考慮した場合

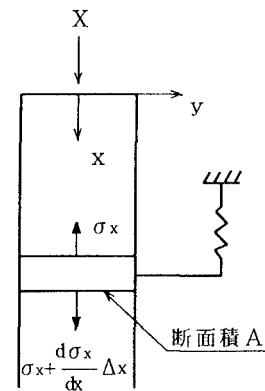


図-2 軸方向の周面バネ定数を考慮した場合

3. 計算例

プログラムをチェックする目的で図-3に示す右端部の基礎に無限の杭を有する単層、単スパンのモデルを用いた計算を行った。計算に用いた部材の物性値を表-1に示す。横方向の地盤の反力係数の基準値としては、 $k_h=0.1(\text{kgf}/\text{cm}^3)$ を用い、また軸方向の周面ばね定数は $k_a=1.0(\text{kgf}/\text{cm}^3)$ は一定とした。

図-4は、基準の地盤反力係数を用いた場合の曲げモーメント図である。杭基礎を有する節点4が右側に移動するため、部材③において曲げモーメントの正負の反転が起こらない。図-5は横方向の地盤の反力係数を基準値の10倍、100倍に取った曲げモーメント図を示す。次第に固定端の時の曲げモーメント図に近づき、100倍の地盤反力係数を用いたケースでは固定端の場合の解にさらに近づいて、弾性地盤上のはり要素が有効に作用していることが解った。

今後はこの要素を3次元曲げ要素に拡張し、インプラントを含む人工歯列の解析に用いる予定である。

表-1 モデルの物性値

荷 重	$P=1.0$ (kgf)
弾 性 定 数	$E=2.1\text{E}+06(\text{kgf}/\text{cm}^2)$
断 面 積	$S=1.3$ (cm ²)
断面2次モーメント	$I=0.7323\text{E}-03(\text{cm}^4)$

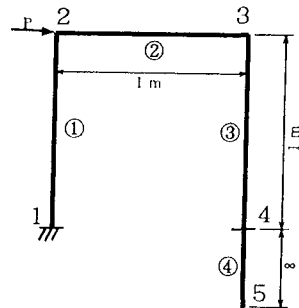
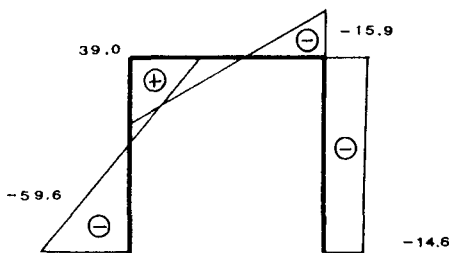
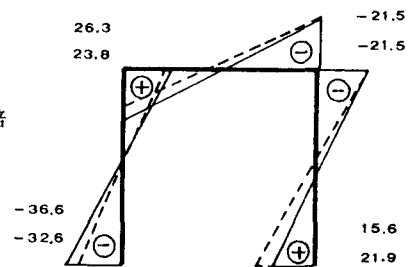


図-3 無限の杭を有するラーメン



単位(kgf・cm)

図-4 曲げモーメント図(基準値)



単位(kgf・cm)

図-5 曲げモーメント図(10倍 —, 100倍 ---)

〔参考文献〕

- 1) 荒牧 軍治：九州大学工学集報 第40巻 第5号
- 2) 荒牧 軍治、黒木 健美：マイコン構造力学演習
- 3) 竹間 弘、檉山 和男：構造力学の基礎