

## 無筋コンクリート柱の直接引張破壊における増分解析法

琉球大学工学部 正 員○伊良波繁雄

琉球大学工学部 八代章

琉球大学工学部 城間克己

琉球大学工学部 学生員 富山潤

## 1. はじめに

有限要素法でコンクリートのひびわれ解析をするとき、引張軟化を考慮した解析は構成則自体の問題と、軟化構成則を用いることが原因で生じる数値解析上の問題点がある〔1〕。とくに、数値解析上の問題点のひとつに、最大荷重点付近およびそれ以降を増分法で計算するときである。引張軟化を増分法で計算するときの解析法として弧長増分法または $R_{min}$ 等を用いた解析法がある。無筋コンクリート柱の直接引張破壊解析を行うとき、平面要素を用いて解析する方法は厳密であるが、はりが引張力や曲げモーメントを受ける場合は、トラス要素やはり要素を用いた $R_{min}$ 法により十分精度の良い解が得られる〔2〕、〔3〕。 $R_{min}$ を用いた解析は要素数が少ないときは、少ない増分回数で精度よく解を求めることが可能である。しかし、はり要素による断面分割法を用いた解析では要素数が増えると、最大荷重点以降において、各断面で引張軟化の進行、除荷等が至る所で起こると数値解が安定して得られない事がある。本研究は動的解析法を用いて引張軟化解析を行う方法を示し、軟化およびスナップバックの計算が可能かどうかを検討した。

## 2. 理論

トラス要素の剛性マトリックス $[k_e]$ はよく知られているように式(1)のように表される。図-1に示す引張軟化を仮定したとき、図-2のように引張軟化が生じたトラス要素の部材座標系での弾塑性剛性マトリックス $[k_{ep}]$ は式(2)のように表すことができる〔2〕。

$$[k_e] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1) \quad [k_{ep}] = \frac{C_1 EA}{E + C_1 L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $E$ はヤング係数、 $A$ は棒の断面積、 $L$ は棒の長さ、 $C_1$ は引張軟化曲線の勾配(負)である。 $R_{min}$ 法は式(1)、(2)を用いて増分解析を行う方法で文献〔2〕に詳しく示してある。静的な釣合式から得られた式(1)、(2)を用いて増分解析を行うとき破壊が起こると式(2)から分かるように $E + C_1 L$ が負になることがある。このとき、スナップバックが起こり数値計算上も複雑になる。このために式(3)示すように増分形の運動方程式を用いて引張軟化の解析を行う。

$$[M]\{\Delta\ddot{U}\} + [C]\{\Delta\dot{U}\} + [K]\{\Delta U\} = \{\Delta P\} \quad (3)$$

ここに、 $\Delta$ は増分記号、 $U$ は変位、 $\dot{U}$ は速度、 $\ddot{U}$ は加速度、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[K]$ は全体剛性マトリックス、 $[C]$ は減衰マトリックス、 $\{\Delta P\}$ は外力である。式(3)に式(4)、(5)を代入すると式(6)が得られる〔4〕。

$$\{\Delta\ddot{U}\} = -3\{\ddot{U}\} - \frac{6}{\Delta t}\{\dot{U}\} + \frac{6}{(\Delta t)^2}\{U\} \quad (4)$$

$$\{\Delta\dot{U}\} = -\frac{\Delta t}{2}\{\ddot{U}\} - 3\{\dot{U}\} + \frac{3}{\Delta t}\{U\} \quad (5)$$

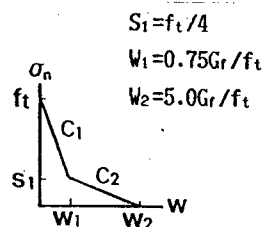


図-1 引張軟化曲線

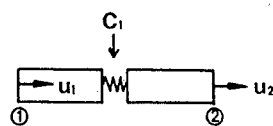


図-2 トラス要素

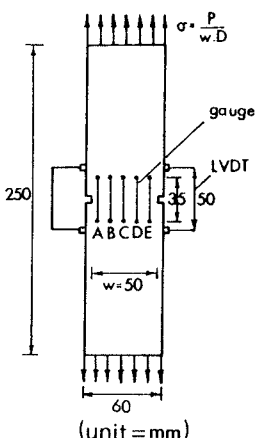


図-3 直接引張試験体

$$\left[ [K] + \frac{3}{\Delta t} [C] + \frac{6}{(\Delta t)^2} [M] \right] \{ \Delta U \} = \{ \Delta P \} + 3[M] \left\{ \ddot{U} + \frac{2}{\Delta t} \dot{U} \right\} + [C] \left\{ 3\dot{U} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U} \right\} \quad (6)$$

式(6)の $[K]$ は軟化が生じ要素剛性マトリックスが負になっても、 $[C]$ 、 $[M]$ とたし合わされるので $\Delta t$ が小さいと連立一次方程式の係数は正となる。なお、 $[M]$ は $M(1,1)=M(2,2)=AL\rho/2$ 、 $M(1,2)=M(2,1)=0$ 、 $\rho$ =密度である。

### 3. 数値解析例

Cornelissenら[5]の無筋コンクリート柱の直接引張試験のシミュレーションを式(6)を用いて解析し実験結果と比較する。試験体の断面は幅が60mm、厚さが50mm、長さは250mmの長方形の断面の柱である。柱の中央には幅5mm、深さ5mmの切欠きが両側についている。コンクリートのヤング係数は $E=39270\text{ N/mm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.2$ 、引張強度は $f_t=3.2\text{ N/mm}^2$ 、破壊エネルギーは $G_f=103.1\text{ J/m}^2$ である。解析結果は図-4に示すように、実験結果によく一致している。図-5はスナップバックが生じる例として、Rotsの解析結果(破壊エネルギーは $G_f=59.3\text{ J/m}^2$ )と比較した。この図では静的な釣合式を用いた $R_{min}$ 法と運動方程式を用いた解析法を比較した。トラス要素を用いた解はいずれの解も平面要素による解よりも高めにになっているが、静的な釣合式を用いた解はスナップバックが生じている領域で良好な結果を示している。運動方程式を用いた解は最大荷重から鉛直に荷重が低下し、その後、平面要素による解と良好に一致した。なお、これらの解析では減衰マトリックスを省略し、要素数は2個、一定速度で変形するように解析した。 $\Delta t$ は図-4の計算例では0.1秒、図-5の計算例では $5 \times 10^{-7}$ 秒である。

### 4. 結び

運動方程式を用いて動的解析をすることで、無筋コンクリート柱の直接引張破壊における引張軟化、スナップバックの問題を解くことができることを明らかにした。今後、複数ひび割れが生じる問題に対しても適用の可能性を検討する予定である。

### 参考文献

- [1] 六郷恵哲・白井伸明・内田裕市：コンクリートの破壊の数値解析の現状と課題コンクリート工学，Vol. 3 2，No12，pp. 5-15、[2] 伊良波繁雄：ハイブリッドストレスモデルによるコンクリートの引張軟化解析、コンクリート工学年次論文報告集、12-2，pp. 753-758，1990.6、[3] 伊良波繁雄：はり要素による引張軟化の解析的研究、コンクリート工学年次論文報告集、14-2，pp897-902，1992.6、[4] 山田嘉昭編：マトリックス法の実用、東京大学出版会、1972年4月、[5] Cornelissen, H. A. W, Hordijk, D. A, Hordijk, D. A, Reinhardt, H. W: Experiments and Theory for the Application of Fracture Mechanics to Normal and Lightweight Concrete, Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete, edited by F. h. Wittmann, Elsevier, pp565-575, 1986

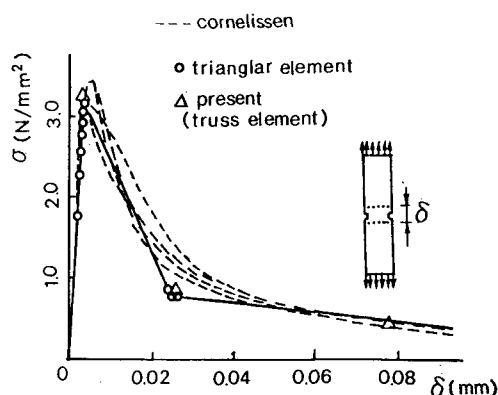


図-4 平均応力とエクステンゾメータの伸びの関係

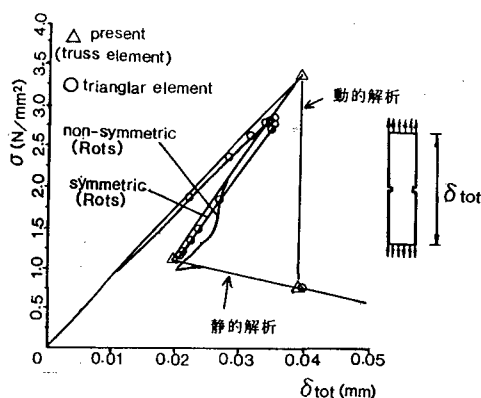


図-5 平均応力と棒全体の伸びの関係